OMAR KHAYYAM

RISALAH FI SHARH MA ASHKALA MIN
MUSADARAT KITAB UQLIDIS

2472.377.1936
Omar Khayyām
Risālah fī sharḥ mā ashkala
min muṣādarāt kitāb Uqlīdis...

رسالة

في شرح ما اشكل من مصادرات كتاب اقليدس

للحكيم عمر بن ابراهيم الخيامي

با كليشه رسالهٔ خطی کتابخانه گوتا

Omar Khayyām

Risālah fī sharḥ ...

ناشر

دکتر ت . ارانی

معلم سابق اونیورسیتهٔ برلین

طهران - اسفند ۱۳۱٤

مطبعهٔ سیروس

مقدمه

۱ - نسخهٔ این رساله

آنچه که در کتب مختلف از تألیفات خیام اسم برده میشود عبارتست از:

۱ - رباعیات؛ که بارها بفارسی انتشار یافته. مهمترین چاپ فارسی یکی چاپ فارسی باهتمام «روزن» (۱) و ناشر این رساله و

---

(۱) بجاست که در این رساله ابتدا اسم روزن برده شود. دکتر «فریدریك روزن» از دوستداران آثار شرق بود. اگرچه اشتغال رسمی او امور دیپلوماسی بود و مدتی هم سمت وزارت امور خارجهٔ آلمان را داشت و بطور فرعی در فن مستشرقی قدم میگذاشت معذلك کتب مفید انتشار داده است که از آن جمله ترجمهٔ نظمی رباعیات خیام به آلمانی، رسالهٔ «هاروت و ماروت»، «ایران دربیان وتصویر»، چاپ فارسی رباعیات وغیره میباشد.

چنانکه ذکر خواهیم کرد در انتشار کتاب حاضر نیز کمك مفیدی کرده است. از ده سال قبل که نگارنده، این رساله رااستنساخ کرده ام تا یکماه پیش این دوست پیر انتظار انتشار رساله را داشت ولی این وقتی طلوع میکند که او تازه غروب کرده است. میتوان فهمید که تأثر از این پیش آمد چقدر قلب مرا سنگین نموده است.

چاپ فارسی مزبور رباعیات ازروی نسخه‌ای بتاریخ ۷۲۱ هجری یعنی از روی قدیمترین نسخ خطی رباعیات است.

II

دیگری چاپ ترکیه[۲] است. ترجمه رباعیات نیز بزبانهای مختلف انتشار یافته است[۳].

۲ ـ رساله در جبر و مقابله[٤]

۳ ـ زیج ملکشاهی که خیام جزء مؤلفین آنست

۴ ـ رساله در طبیعیات[٥]

۵ ـ رساله در وجود[٦]

٦ ـ رسالة در کون و تکلیف ؛

۷ ـ مقاله در تعیین نسبت طلا و نقره در آلیاژ آنها ؛[۷]

۸ ـ رسالهٔ لوازم الامکنه راجع بتغییر فصول ؛

۹ ـ چند قطعه شعر عربی ؛

۱۰ ـ یك مقاله در رسالهٔ روضه القلوب؛[۸]

---

(۲) نشر رضا توفیق فیلسوف با ترجمهٔ ترکی .

(۳) مهمترین ترجمهٔ رباعیات ترجمهٔ « فیتس جرالد » بانگلیسی است که باعث اشتهار خیام در ممالك غرب شده است . اهمیت ترجمهٔ آلمانی روزن نظم بودن آن و مطابقت آن بـا اصل است . ترجمهٔ جدیدی نیز بالمانی انتشار یافته‌است .

(٤) چاپ پاریس ۱۸۵۱ باهتمام « وبکه » با اضافات بفرانسه .

(٥) بنا بر قول شهرزوری ؛

(٦) این رساله‌فارسی ونسخهٔ‌آن درموزهٔ بریتانی‌لندن موجوداست.

(۷) نسخه این‌مقاله در کتابخانه « گوتا » موجود است عین این نسخه بوسیله عکس وکلیشه درآخر کتاب انتشارداده شد .

(۸) کشف کریستن زن ؛

۱۱ ـ مشکلات الحساب [۹]

۱۲ ـ یك مقاله در جنگی که اخیراً درمصر چاپ شده است

و بالاخره ۱۳ ـ رسالهٔ حاضر .

تنها نسخهٔ کامل این رساله در کتابخانهٔ « لیدن » هولاند موجود است . یك قسمت ناقص ازمقالهٔ اول آن جزء کتب متفرقه یافت میشود (۲) موقعیکه چاپ فارسی رباعیات در برلین ازروی قدیمترین نسخ رباعیات طبع میشد ما جدیت کردیم بتمام تالیفات خیام دسترس پیدا کنیم. آنچه که در کتابخانهٔ دولتی پروس موجودبود (مانند جبر ومقابله) از آنجا تحصیل کردیم و آنچه در خارج بود بوسائل مختلفه بدست آوردیم مثلا نسخهٔ رسالهٔ کتابخانهٔ «گوتا » راعکاسی کردیم که کلیشهٔ آن آخر کتاب چاپ میشود و بکمك کتابخانهٔ دولتی پروس نسخهٔ خطی رسالهٔ حاضر را از هولاند ببرلین آوردیم و در آنجا نگارنده آنرا بسال ۱۹۲۵ استنساخ کردم.

این نسخه بمنزلهٔ یك جنك ریاضیات است . قطع نسخهٔ اصل ۱۵×۱۸ سانتیمتربا اوراق زرد و پاره که شامل رسالات ذیل است:

احکام النجوم از هرمس ،

اختیارات الامام از الکندی

زیج طیلسان ،

استخراج الابعاد بذات الشعبتین (راجع باستعمال پرگار بفارسی با ۱۲ جدول)

مسائل الجبر و المقابله از ابی کامل بصری ،

ظرائف الحساب از همین مؤلف

---

(۹) اسم این رساله‌را نگارنده‌در نسخهٔ خطی لیدن پیدا کرده‌ام ؛

(۰۱) جزء تألیفات خواجه نصیر در کتابخانهٔ سپهسالار طهران .

المسائل الحسابیه از ابی زید الفارسی امتحان از ابی حفص السحری
رسالهٔ حاضر شرح ما اشکل من مصادرات کتاب اقلیدس
کتاب الجبر و المقابله از خیام .

جزء فهرست اول نسخه سه رساله نیز اسم برده شده ولی در نسخه موجود نیست و آن سه عبارت است از مشکلات الحساب تالیف خیام ، الفوائد المتفرقة الحکمه ، رساله فی دفع الغم من الموت از ابی علی ،

در ابتدای نسخه تواریخ هجری و یزدجردی ، اسامی زیجات شامی ، خافی ، علائی ، قانونی ، فاطر ، فاخر . کامل . ابوالحسن ، مجسطی بطلمیوس ، احمد ، محمد ، بیرونی . حامد کوشیار و غیره تقسیم ساعات و درجات ، جدول الارث دیده میشود .

من تمام رسالات نسخهٔ مزبور را استنساخ کرده ام و در صورت فراهم شدن وسایل مادی بقیه را نیز انتشار خواهم داد .

اما این رساله اهمیت مخصوصی دارد . از نظر موضوع چنانکه ذیلا ذکر خواهد شد بواسطهٔ انتقاد از هندسهٔ اقلیدس اهمیت مخصوص پیدا میکند یك اختصاص دیگر آن مربوط باهمیت تاریخی خود نسخه است . واین اهمیت بواسطه عبارتی است که در آخر رساله نوشته شده است .

درانجا میخوانید ؛ « و کان بخط الشیخ الامام عمر بن ابراهیم الخیامی . . . «وقع الفراغ من تسوید هذا البیاض ببلد[1] فی دار الکتب « مناك »[2] فی اواخر جمادی الاولی سنه سبعین و اربع مائه » ....

---

(۱) این محل در نسخه اصلی نیز سفید است . تحقیق آن از نظر تاریخی مهم است ؛

(۲) هویت این دارالکتب بر نگارنده معلوم نشد . مارکوالت ایران شناس معروف پس از تفحص زیاد از شناختن آن مأیوس شد .

« تمت الرساله علی یدی مسعود بن محمد بن علی الحلفری فی‌الخامس من شعبان سنه خمس عشره و سته مائه ... »

از این عبارت واضح میشود که نسخهٔ لیدن ازخط خود خیام کمی پس از تالیف کتاب استنساخ شده و چون نسخهٔ حاضر از روی نسخه لیدن چاپ شده پس در حقیقت با واسطهٔ یك نساخ ازخط خود خیام بطبع رسیده است و حال آنکه چنین نزدیکی باصل وخط مؤلف دراین قبیل نسخ خطی کم دیده میشود. چون کتاب علمی‌است مصون ماندن آن از دستبرد تصرفات ارزش مخصوصی را حائزاست. از یك عبارت دیگر آخر کتاب چنین بر میاید که نسخه سال ۹۴۳ هجری درجامع سلطان بایزید بوده است.

در پایان این قسمت متذکر میشویم که نگارنده و هر کسیکه باین‌کتاب ذیعلاقه است باید قلباً از « روزن » که درانتقال نسخه ببرلین و کسب اجازهٔ طبع از هلاند اقدام اساسی کرده و شهید زاده که در تحقیق کلمات ناخوانا، تهیه کلیشه و وسائل طبع و صیرفی که درتحقیق بعضی معانی‌وتصحیح‌و مطابقه مطبعی‌وتجدید نظر درمقدمه‌عربی همراهی‌نفیس کرده‌اندمتشکر باشیم.

اما اهمیت زیاد این رساله وقتی واضحتر میشود که ما موضوع واهمیت موضوع را درعلم جدید امروز بشناسیم. بنابراین درقسمت دوم به بیان اهمیت محتویات رساله میپردازیم.

VI

۲ - موضوع رساله

مقالهٔ اول رساله راجع بمتوازیات ، دوم در بارهٔ نسبت وتناسب و سوم در خصوص نسبت مؤلفه است .

در این موقع که هندسهٔ اقلیدس تکان شدیدی خورده است از این سه مبحث مقالهٔ اول که مربوط بهندسه است در بدو امر توجه‌را خیلی بخود جاب مینماید .

هندسهٔ اقلیدس یکی از شاهکار های علمی است . هیچ علمی باندازهٔ این هندسه زندگی ثابت‌ودرازی نکرده است . اگر بدقت اصول این هندسه را مطالعه کنیم خواهیم دید با چه مهارتی آن مهندس زبردست ساختمانهای ظریف فکری‌را بر روی هم بنا کرده وسادگی آن بحدی است که ما آنرا تقریبا بدون تغییر هنوز هم در مدارس خود میاموزیم . اگرچه البته تمام جزئیات ازخود اقلیدس نیست ولی در هرحال بنای ساختمان کلی عمل اوست . اما این علم درعین‌اینکه خصوصیاتی دارد خارج از قوانین عمومی نمیتوانست باشد . از همان زمان تولد این‌هندسه، نطفه‌های مخالفت با آن نیز تولید شده درجریان سالها و قرنها زیادتر گردیده بالاخره بدست هندسهٔ جدید مکان-زمان دچار بحران میگردد .

اولین آثار مخالفت با هندسهٔ اقلیدس در قرن پنجم میلادی از طرف « پروکلوس » است (۱) . این انتقاد پروکلوس بر « پوستولای » توازی است . اما این تعرض مورد توجه واقع نشد . در قرون

(۱) وایل در کتاب « زمان - مکان - ماده »

وسطی فکر تعرض بر همین پوستولا بممالك اسلامی نفوذ میکند. ابن هیثم (صاحب کتاب معروف مناظر و مرایا)، خیام وخواجه‌نصیر بدین نکته توجه مینمایند. ولی این جدیت علمای شرقی در تکامل هندسه بی اثر میماند یعنی تا امروز هم که این رساله انتشار می یابد مورخین علوم به تعرض خیام و هشت قضیه که او برای رفع اشکال پیشنهاد کرده است و همچنین انتقاد خواجه از خیام و جدیت جدید او برای بیان اشکال مطلع نیستند. انتشار این رساله این اهمیت‌مخصوص را دارد که مطالعات و تصرفات علمای شرق را در هندسهٔ اقلیدس واضح میکند.

باوجود طرق مختلفی که بجهت اثبات قضیهٔ توازی موجوداست باز هم باید اقرار کرد که در تمام حالات یك جای شك وحالت عدم رضایت منطقی برای فکر باقی میماند ولی درعین حال هندسه اقلیدس با آنکه بر این پوستولا بنا میشود بنفسه منظم و برای منطق سلیم بی تضاد است.

پوستولای توازی در مقابل پوستولا های دیگر هندسه اقلیدس خصوصیتی دارد که اگر بدان توجه شود علت عدم پیشرفت‌متعرضین بر قضیه مزبور (که خیام نیز از آنهاست) واضح میشود.

اقلیدس نشان داده است که اگر چند قضیه ساده اساس قرار داده شود میتوان بوسیلهٔ آنها بتدریج ازقضایای ساده تر باشکال‌بغرنج‌تر رفته اثبات قضایای پیچیده را از اثبات قضایای ساده نتیجه گرفت،

اما هندسه‌های جدید که میخواهند مطلق باشند طرز دیگرعمل

میکنند. چند اصل کلی را اساس قرارداده با اسلوب قیاس قضایای دیگر را نتیجه میگیرد . از این قبیل است هندسهٔ خطی ، هندسهٔ متری و تئوری « مولتیپ لیسیته » های ریمان .

مثلا در ریاضیات جدید بجهت تحقیق خواص منحنیهای درجهٔ دوم ابتدا معادلهٔ کلی مقاطع مخروطی را بیان کرده بعد با تحدید تدریجی شرایط دایره ، بیضی . سهمی وغیره را مشخص میسازند .

اما کدام یك از دو طریقه صحیح است ؟ منطق جامد البته یکی از این دو و مخصوصاً تحت تأثیر ایده ئولوژی اجتماعی ارتجاعی نوع دوم را که طرفدار اصول علوی دور ازدست است دو دستی میگیرد ولی دیالك تیك در عین اینکه هر دو را صحیح میداند بنقص تنهایکی از دو طریقه ایمان دارد .

بطور کلی آنچه که در مقدمه یك علم بیان میشود یکی از حالات :ـ تعریف ، پوستولا ، بدیهی ، اصول موضوعه ، مصادره ، فرض وتئوری را دارد . تعریف معنی و حد مفهوم ها را معلوم میسازد . پوستولا ادعائی است که امکان عملی کردن آن بدون استدلان قبون شود (مانند قبول امکان ترسیم یك خط بین دو نقطه) ، بدیهی حقیقتی است که نمیتوان آنرا ثابت کرد ولی صحت منطقی آن بر هر کس واضح است ، مانند « کل بزرگتر است از جزء » . اگر یك علم مطالبی را که اثبات آنها بر علم دیگراست وارد کند ، در صورتیکه بدون شك و تردید آنها را قبول کند « اصول موضوعه » نامیده میشوند ولی اگراین مطالب با شك و تردید توأم باشند آنها را « مصادره » نامند . اگر یك

علم برای اثبات مطالب خود قضایائی را موقة بعنوان حقیقت مسلم پذیرفت ولی درصحت دائمی آنها اصرار نداشت آنرا فرض نامند. اگرصحت یك فرضیه بوسائل تجربی بیشترثابت‌شود آنرا تئوری گویند.

اقلیدس هندسهٔ خود را با تعریف و پوستولا و بدیهیات شروع میکند.

کتاب اصول ۱۳ مبحث است. قبل ازاین مباحث چندتعریف، پنج پوستولا و پنج بدیهی بکار برده میشود. از پنج پوستولا یکی همان پوستولاتوم معروف توازی است که بیان میکند: «اگر دوخط را خط ثالثی قطع کند و مجموع دو زاویهٔ داخلهٔ واقع در یکطرف قاطع کمتر از π باشد قطعا دو خط اول در یك نقطه متقاطعند.»

خیام باشتباه این پوستولاتوم را مصادره مینامد و در کتاب حاضر برفع اشکال آن میپردازد و ما ذیلا در این مقدمه بیان خواهیم کرد که زحمت بیجا کشیده و متوجه خصوصیت این پوستولاتوم در مقابل چهار پوستولاتوم دیگر نشده است. اما پنج بدیهی ابتدای اصول بیشتر مربوط به تساوی و یا عدم تساوی مقادیر هندسی است، سیزده مبحث اصول عبارتند از: ۱ ـ خط، مثلث، متوازی‌الاضلاع، کثیرالاضلاع؛ ۲ ـ ارتباط کمی درقضایای هندسی؛ ۳ ـ دائره و زاویه؛ ٤ ـ کثیرالاضلاعهای محیط و محاط؛ ٥ ـ نسبت و تناسب: ٦ ـ تشابه اشکال ۷ ـ ۹ اعداد و تصاعدات؛ ۱۰ ـ اعداد اصم (این مبحث کار خود اقلیدس است در صورتیکه در قسمتهای سابق، ریاضیات فیثاغورث، ادوکس و ته ئوتت دخالت داشته است)؛ ۱۱ ـ ۱۳ مربوط بهندسهٔ فضائی است که ناقص است.

X

مقدمات یعنی تعریف ها و پوستولاها (آنچه راکه ما امروز بدیهی مینامیم اقلیدس گاه جزء تعریف ها وگاه جزء پوستولاها بیان میکند) اولا مطابق آنچه که اقلیدس قبول میکند نقص دارد یعنی در آنها حد ورسم کامل نیست وگاه زائد دارد مثلا درتعریف قطرهم عبور ازمرکزرا قید میکند وهم شرط میکند که دائره را بدوجزء متساوی تقسیم کند ؛ ثانیا ازنظرمتدولوژی امروز مقدمات اقلیدس ایراداتی دارد که برای فهمیدن آنها نکات ذیل را میتوان متذکر شد: ۱ـ عدهٔ مقدمات باید حتی المقدور کم باشد ، ۲ ـ مقدمات بایکدیگر باید تضاد منطقی نداشته باشد، مقدمات کتاب اصول این دو شرط را بخوبی داراست ؛ ۳ ـ مقدمات باید کاملا واضح بوده زیاد وکم نداشته باشد . در مقدمات اقلیدس این شرط کاملا موجود نیست . مثلا در حکم « کل بزرگتر است از جزء » قید نشده است که این حکم در بارهٔ کمیت های محدود ثابت است (در صورتیکه مجموع جمیع اعداد صحاح تا بی نهایت نسبت بمجموع جمیع اعداد زوج تا بی‌نهایت کل است ولی بزرگتر از آن نیست) ؛ ۴ ـ مقدمات باید کافی باشند یعنی باید بتوان بکمك آنها تمام نتایج علمی را بدست آورد . در مقدمات اقلیدس اینطور نیست یعنی در بعضی موارد قضایای اثبات کردنی را بدیهی فرض میکند . چنانکه از بیان خیام بر میاید او پوستولاتوم توازی را جزء این قضایا میداند و حال آنکه ایراد مزبور در بعضی موارد دیگر صادق است ولی باختصاص در مورد پوستولاتوم مزبور صادق نیست . چنانکه ذیلا تشریح خواهد شد اشکال این پوستولام بواسطهٔ خصوصیت آنست ،

XI

اما از مواردی که ایراد مزبور وارد است یکی مورد ذیل است: اگر A ، B و C سه نقطه ازخطی باشند و B بین A و C باشد بین C و A نیز خواهد بود ، ٥ ـ مقدمات با هم بایستی یك دستگاه متحد الشکل منظمی تشکیل‌دهند یعنی نتوان یکی را حذف یا بچیزدیگری تبدیل‌نمود و الا این عمل باعث خرابی تمام دستگاه علم مزبور گردد اگر با حذف و تبدیل مزبور نتایجی بدست آید که با نتایج حالت قبل متفاوت بوده در عین حال از نظر منطق غلط نباشد در اینحالت باید قبول کرد که ممکن است چند نوع هندسه موجود باشد که تمام در عین حال صحیح و منطقی باشند . اقلیدس باین نکته توجه نکرده بوجود فقطیك نوع هندسه معتقد است ولی درعین حال یك عمل او با این عقیدهٔ وی تضاد دارد مثل اینکه وجود انواع دیگر هندسه را احساس میکرده است و آن عمل اینست که حکم «از یك نقطهٔ واقعه در خارج خط یك خط و فقط یك خط میتوان بموازات خط اول رسم کرد» ـ را بعنوان یك پوستولاتوم جدید بیان میکند وحال‌آنکه اقلیدس میتوانست این حکم را از تعریفات خط و سطح وزاویه بعنوان یك قضیه نتیجه بگیرد . بعد از اقلیدس عدهٔ خواسته اند این‌حکم را که اقلیدس بعنوان فرض ثابت شده قبول کرده است اثبات نمایند و منطقاً در این عمل خود ذیحق بوده اند جز اینکه اقدامشان بی‌نتیجه مانده است . جدیت های ابن هیثم ، خیام و خواجه نصیر را نیز باید جزء این اقدامات بی‌نتیجه محسوب داشت.

تحقیقات جدید علم در قرن نوزدهم نتایج بسیار مهمی بخشید

و واضح شد که حکم مزبور را میتوان از جزء مقدمات خارج کرد و بقیهٔ مقدمات بجهت بنای یك هندسهٔ کامل منطقی کافی است جز اینکه هندسهٔ که بدین ترتیب تشکیل میشود با آنکه منطقاً صحیح است و عملا هم فانتزی نبوده بـر روی معلومات خط و سطح و زاویه بنا میشود معذلك ادراك حسی آن برای بشر مشکل است (هندسهٔ لوباچفسکی و ریمان) . از اینجا واضح میشود که میتوان قبول کرد اقلیدس حکم مزبور را « میتوانسته است جزء قضایا قرار دهد عمداً جزء مقدمات پذیرفته است بدون این کـه متـوجه ریشهٔ مهم این موضوع یعنی وجود انواع مختلفه هندسه باشد ،

با وجود نکاتی که ذکر شد هندسهٔ اقلیدس یك نمونه کامل علم دقیق و یك بنای محکم منطقی است که سرمشق قرار گرفته است.

نیز تذکر میدهیم که هندسهٔ اقلیدس منطقی ولی جامد است یعنی از اثبات بوسیلهٔ احساس و ادراك و یا انطباق و حرکت اشکان خود-داری میکند . نیز مفهوم بی نهایت هندسی در آن وجود ندارد.

اشاره کردیم که پوستولاتوم توازی هندسهٔ اقلیدس خصوصیتی دارد . از کسانیکه خواسته اند اشکال عدم توافق آن را با سایر پوستولا ها بر طرف کنند یکی « هیلبرت » است که بجهت پوستولاها درجات قائل شده است بترتیب ذیل : ۱ ـ نقطه ، خط سطح ؛ ۲ ـ وقوع در بین (اگر نقطه B بین A و C واقع باشد هر سه روی یك خطند) ، ۳ ـ پوستولاتوم انطباق وتساوی شکل ، ٤ ـ پوستولای توازی و ٥ ـ پوستولای توالی . هندسهٔ هیلبرت بمراتب بغرنج تر از

هندسهٔ اقلیدس ولی از نظر ترتیب منطقی پوستولاها محکمتر است .

تمام کسانیکه باثبات پوستولاتوم توازی دست دراز کرده اند درحقیقت خواسته‌اند باین سئوال جواب دهند : « میتوان پوستولاتوم توازی را ازچهار پوستولاتوم دیگر نتیجه گرفت ؟ میتوان ثابت کرد که ممکن است هندسه متضاد و یا منطبق طوری بنا شود که درآن چهار پوستولاتوم بعنوان مقدمه باقی مانده و یك پوستولاتوم باقی به پوستولاتوم متضاد ذیل که لوباچفسکی پیشنهاد میکند مبدل گردد : «ازیك نقطه A واقع در خارج خط B و روی سطحی که شامل هر دو است ، میتوان بی نهایت خط مرور داد که خط اولی را قطع نکند . تمام این خطوط غیر قاطع در داخل زاویهٔ قرار دارند که رأس آن در A است و زاویهٔ توازی نام دارد» می توان بکمك « تئوری تعدد » (مولتیپ‌لیسیته) ریمان ثابت کرد که با دستگاه جدید پوستولاتوم ها میتوان هندسهٔ که نمونهٔ کامل تضاد باشد ثابت کرد .

چنانکه میدانیم واحدخطی μ که «تعدد ریماتی» باشد عبارتست‌از

$$da^2 = \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{(R^2 - x^2 - y^2 - z^2)}$$

هر نقطهٔ M از این تعدد با یك نقطه P از فضای اقلیدس نظیر میباشد که صورت کسر طرف‌ثانی‌نموّ مختصات‌آنرا نشان میدهد. جمیع نقاط M از تعدد μ نظیر نقاط P از فضای اقلیدسی میباشند که داخل کره $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$ (ازهمان فضا) قرار دارند .

هندسه ریمان که اختصاص‌آن از رابطه سابق معلوم میشود تمام قضایای هندسی را میتواند بمعادلات تبدیل نماید . این هندسه راجع

به حرکت انتقالی وانطباق اشکال نیز فورمولها ودستورات مخصوص خودرا داراست . بکمك این دستورات میتوان ثابت کرد که در این هندسه، پوستولاتوم معمولی توازی به پوستولاتوم سابق الذکر لوباچفسکی مبدل میشود .

برای اثبات ، فرض مینمائیم که در یك فضای اقلیدسی کرهٔ Σ کرهٔ دیگر S را بحالت اورتوگونال مطابق دائرهٔ C قطع کرده باشد. روی کرهٔ Σ بی نهایت دائره وجود دارد که نسبت به S اورتوگونال میباشند این دوائر دائرهٔ C را بحالت اورتوگونال قطع می نمایند. فرض کنیم γ چنین دائرهٔ باشد . از یك نقطه P که روی کرهٔ Σ خارج دائرهٔ γ است میتوان روی کرهٔ مزبور دو نوع دوائر اورتوگونال نسبت به C رسم کرد که یکدسته از آنها با γ قاطع و دستهٔ دیگرغیر قاطع باشند . این دوائر بوسیلهٔ دوائر γ' و γ'' که با γ درنقطه‌واقع بر C مماسند جدا شده اند . وجود دوائر بی نهایت زیاد غیر قاطع با γ که از P میگذرند حکم سابق الذکر لوباچفسکی است .

در هندسه جدید که تئوری توازی در آن تغییر کرده است عدهٔ از مفهومات از میان میرود مانند مفهوم « حامل آزاد » ومثلثات متشابه، وحرکت انتقالی که جزء یکدسته ازانواع تغییرمحل درهندسهٔ معمولی بوده درهندسهٔ لوباچفسکی محلی برای این نوع باقی نمیماند یعنی تقسیم بندی انواع تغییر محل در دو هندسه یکی نیست .

بعضی مانند « کی‌لی » و « سوفوس‌لی » جدیت کرده اند که دستور کلی برای انواع دستگاههای هندسه بدهند که هندسهٔ اقلیدس و لوباچفسکی

و ریمان قیاسا از آن نتیجه شود

تدوین و مطالعهٔ چنین هندسه ها مهارت ، مدت و زحمت زیاد لازم دارد. اقلیدس بایك مسامحهٔ ظاهراً عمدی فرمانروائی هندسهٔ سادهٔ خود را که هنوز ادامه دارد برای قرنها مسلم میکند .

ما در این مشروحات جدیت کردیم که واضح شود پوستولاتوم توازی چه خصوصیتی دارد و خلاصهٔ مشروحات گذشته اینست که پوستولاتوم توازی را میتوان از چهار پوستولاتوم دیگر نتیجه گرفت و لزومی ندارد که جزء مقدمات آید ، با وجود این اقلیدس آنرا جزء مقدمات ذکر کرده است .

تحقیقات دقیق نشان داده است که این امر را نمیتوان اشتباه اقلیدس فرض کرد زیرا واضح شده است که اگر پوستولاتوم توازی را از جزء مقدمات خارج کنیم مجبور خواهیم شد دستگاههای بغرنج و غیر طبیعی هندسی تشکیل دهیم و از اینجا باید نتیجه گرفته شود که اقلیدس بطور مبهم متوجه این عمل مهم خود بوده است .

از این بیانات اهمیت پوستولاتوم معروف و از آنجا ارزش این رساله و اهمیت انتشار آن و مقام علمی خیام که بدان تعرض کرده است واضح میشود

حال توجه کنیم خیام یك عالم شرقی با چه اسلحهٔ دست دریك شاهکار علم ومتد یونانی میبرد و ازاین نبرد باچه وضعی برمیگردد.

چنانکه ملاحظه میشود این کتاب سه مقاله دارد . درمقالهٔ اول خیام معترض شك در متوازیات شده است . در مقاله دوم بحث در حقیقت نسبت و تناسب مقداری کرده وآنچه را که در مقاله پنجم از

طریق هندسی بیان شده است ناقص دانسته و یك تحقیق فلسفی را در این مورد لازم میشمرد . در مقالهٔ سوم این رساله خیام به لزوم استدلال حکم ذیل متعرض میشود :

« از سه مقدار نسبت اول و سوم از تألیف نسبت اول و دوم ونسبت دوم وسوم تولید میشود . » و این مقاله راجع به نسبت مؤلفه است . موضوع دو مقالهٔ اخیر از نظر علمی اهمیت مقالهٔ اول‌راندارد وچندان قابل بحث نیست زیرا مسائل آن دومقاله از نظر علوم‌ریاضی امروز حکم حل شده را دارد . ولی موضوع مقاله اول این رساله هنوز در جدید ترین کتب ریاضی عالی هم مبحث مفصلی برای خود اشغال میکند و از اینجهت ما مخصوصا بدان توجه میکنیم .

اولا توجه کنیم که خیام اولیات ، اصول موضوعه و مصادرات را از استدلال‌بی‌نیاز میداند ولی تعریف موضوع علم ومقدمات مزبور باید ثابت شود. بعد خیام‌اشاره‌ببعضی نواقص کتاب اصول میکند دراین موضوع‌حق‌دارد و ما درصفحات گذشته چندمورد واضح‌را بیان کردیم. اما خیام بزودی بر ضد عقیده خود ایراد میکند که چرا صاحب‌اصول مصادرات را ثابت نکرده است؟ (صفحه ۲ سه سطرآخر) . بعد خیام متعرض پوستولام تلاقی خطین میشود (صفحه ۳) وآنرا نیزمصادره مینامند . مطابق تعریف های گذشته میدانیم که این پوستولاتوم مصادره نیست ، خیام دراین تسمیه اشتباه میکند . میگوید متاخرین متوجه این پوستولاتوم نشده اند و حال آنکه ما اشاره کردیم از همان قرن پنجم میلادی متخصصین متعرض پوستولاتوم شده اند . ازاینجا واضح میشود خیام بتمام علوم یونانی آشنا نیست بعد عدهٔ را اسم میبرد که

اقدام برفع اشکال معروف کردند وموفق نشدند. سپس متوجه ابن‌هیثم میشود که خواسته است ثابت کند پوستولاتوم جزء مبادی است ومحتاج برهان نیست . اگرچه تمام ایرادات خیام بر ابن هیثم وارد نیست ولی در این مورد حق دارد زیرا چنانکه سابقاً گفته شد پوستولاتوم در حقیقت محتاج استدلال است ، خیام می گوید اقلیدس در سایر موارد نیز (مانند مجسمات) عده قضایائی را که محتاج برهانست استدلال نکرده ولی چون پوستولاتوم جزء مبادی مهم است ما بدان متعرض میشویم . در این مورد نیز خیام حق دارد . زیرا ما اهمیت پوستولاتوم را از مشروحات گذشته فهمیدیم . اما خیام عقیده دارد که علت غفلت اقلیدس اعتماد او بر مبادی است که ازحکمت گرفته است. دراین مورد خیام کاملا دراشتباه است و مقام اقلیدس وخصوصیت این پوستولاتوم را بطور واضح نشناخته است . خیام تعجب کرده‌است که چرا اقلیدس مطالب سهلتر را ثابت کرده ولی درمورد پوستولاتوم (باصطلاح وی مصادره) ببرهان غیر شافی قناعت کرده است ، این تعجب خودکافی بود که بخیام جواب داده اورا متوجه اهمیت پوستولاتوم کند ولی او این امر را غفلت اقلیدس پنداشته و از غفلت خود خبر نداشته است . بواسطهٔ همین عدم توجه است که خیام پوستولاتوم را اساسا مصادره مینامد زیرا تصورمیکند که علت عدم اقدام باثبات آن اعتماد بر مبادی مأخوذه از حکمت است .

اما راهی که خیام برای رفع اشکال می‌پیماید بترتیب ذیل‌است: ۲۸ قضیهٔ اول کتاب اصول را غیرمحتاج بتغییر میداند ودراین رساله ۸ قضیه از خود بیان و پیشنهاد میکند که قضیه اول او را قضیه ۲۹ اقلیدس بدانند . بزعم خود در این ۸ قضیه اشکال را برطرف میکند

XVIII

بقسمیکه قضیه ۲۹ اقلیدس که شامل متوازیات است دیگر هیچ مقدمهٔ استدلال نشده را بکار نخواهد برد. هر کس مشروحات گذشتهٔ این مقدمه را فهمیده باشد این شروع خیام را با یك تبسم تلقی کرده و یك خنده هم برای موقع واماندن خیام در وسط راه نگاه خواهد داشت. قضیه اول خیام خوب ثابت میشود، بعد دوم و پس از آن قسمت اول قضیهٔ سوم. از اینجا ببعد خیام اشکال کار و سنگینی باررا احساس میکند. میگوید اگر دو خط مستقیم یك مستقیم دیگر را با دوزاویهٔ قائمه قطع کنند محال است ازهم دور شوند واین مطلب که از مبادی فلسفه ظاهر است (صفحه ۱۲ سطر ۱۸). بعد یك سلسله مطالب دیگر را هم «با ادنی تأمل و بحث» خودت میفهمی (صفحه ۱۲ سطر آخر). بعد گفته میشود این مطلب آسانرا هم استدلال نکردیم که مطلب دراز نشود (صفحه ۱۳ سطر ۳). خلاصه همان مطلبی که باید ثابت شود با انشاء الله وماشاءالله مخصوص شرقی برگذار میشود.

اما در عین حال گویا خیام متوجه مغلطه کاری خود میشود. زیرا در عین اینکه میخواهد از تطویل دوری کند ـ مثل ادبا که تا درشعری که شاهد مثالی است اسم سمع و بصر پیدا شود تشریح و فیزیولوژی و پسیکولوژی دیدن و شنیدن را شروع کرده موضوع اصلی را از بین میبرند خیام نیز ـ بمثل و قسم وآیه متوسل میشود. در وسط یك قضیه هندسی که باید منظما مطابق ادعای خود وی ثابت شود یکدفعه قضیه ۳۶ از مقالهٔ ۶ را بیمورد شاهد مثال قرارمیدهد، بعد مطلب را بزعم خود از راه فلسفی ثابت میکند و با اهانت میگوید که من برای خاطر اشخاص کم فهم این کار را کردم. خلاصه آنچه که ازتمام موضوع نکته اصلی ظریف ومهم است دراینجا گاه بزورخواهش و تشجیع و گاه بزور مثل و گاه بکمك طعنه تحمیل میشود. از آن

بعد دوباره قضایا حالت آرامش و علمی خود را گرفته و درقضیه‌هشتم شك معروف را ثابت شده می پندارد .

اگرچه خیام بوسیلهٔ این رساله درخود وجمعی القاء شبهه کرده است ولی این اشکال تا امروزهم باقی مانده هنوز هم باآنکه اشکال بوسیلهٔ هندسهٔ ریمان و لوباچفسکی حل شده است باز همان طریقهٔ سادهٔ اقلیدس با وجود یك مسامحه کاری (که نمیتوان آنرا اشتباه صد درصد نامید) بقوت خود باقی است .

درعین حال باید تذکر داد که توجه خیام هم باین موضوع بنفسه مهم بوده ارزش‌علمی او را بما ثابت میکند .

دراینجا تذکر میدهیم خواجه نصیر الدین نیز متعرض موضوع و همین رسالهٔ خیام شده است ، تصمیم بر این بود که اگر کمکی شود آن رساله را هم انتشار داده در اطراف آن نیز بحثی کنیم ولی مجبوریم که این اقدام را بدورهٔ دیگری بگذاریم و بگذریم .

آنچه که بطور کلی از کتب علمی قرون وسطی برمیاید اینست که درقرون‌وسطی‌علم شرقی‌ازحد علم یونانی تجاوزنکرده وجزتألیفات بوعلی سینا کتب دیگر اثری در تکامل علوم در قرون جدیدهٔ غرب نداشته اند .

طهران بهمن ماه ۱۳۱۴

ت : ارانی

مقدمة العربی

ان هذا الکتاب هو من اهم مؤلفات للعلوم الریاضیه للعالم الشهیر الحکیم ابوالفتح عمر بن ابراهیم الخیامی ینشر الان لاول مره .
اما اهمیة خیام و مولفـاته الریاضیه فمعرفة لدی الجمیع و لذا لا ارید اطالة الشرح فی هذالموضوع بل اننی اقتصر علی بعض النقاط المهمه منه

ولد الحکیم فی مدینة نیشابور (۱) من اعمال خراسان وکان کامل الخبره فی علوم زمانه کالفلسفه و الطب و الریاضیات و غیر ذلک و لا-سیما علم الهیئة والنجوم و قد اصلح تقویم الفارسی و سماه تاریخ الجلالی نسبة لجلال الدین ملکشاه السلجوقی سلطان ذلك العصر . و هذالتقویم المستعمل فی عصرنا هذا فی ایران اکثر دقة من تقویم الذی اصلحه « غره غوریوس » و المستعمل الان عند المسیحیین عامة .

و یرجع اشتهار الحکیم خیام الی رباعیاته (۲) التی اشهرته کشاعر مع انه فیلسوف عظیم قد بین عن احساساته و شعوره و آرائه الفلسفیه فی هذه الرباعیات .

و تحتوی هذه الرباعیات فی اصلها شکوة علی ماکان یشعر له-الحکیم من الیأس و الضعف البشری عن فهم الحقایق العمیقه فی الوجود

---

(۱) وحسب عقیدة « غولیوس » العالم الهولاندی فی لوکر و یشیر هذا الی صحة عقیدته الی ما کتب فی « کتاب التحفة الشامیه فی الهیئه » من قطب الدین و هو : . . . . و السبب فیه انه اجتمع فی حضرته جماعة من الحکما و منه الحکیم الخیام الحکیم اللوکری و غیره و هم ه .

(۲) الرباعی هو شعر مرکب من اربعة مصاریع اولها وثانیها و رابعها متناسبو القافیه و وزن کل مصراع علی وزن لاحول و لا قوة الا بالله.

و الخليقه و كى يخفف على قلبه الذى ملاه اليأس حزناً و كرباً عزم الى وضع رباعياته المشهورة التى قدم بها للعالم حياة سرور و طرب و وصف فى ابياته الخمر وصفاً يعجز عنه ادباء العالم .

تدل بعض اشعاره و مقدمة مؤلفة « الجبر و المقابله » انه كان فى آخر حياته حزيناً كئيباً كما نفهم من اشعاره العربية النادرة التى يلى احدها :

زجيت دهراً طويلا فى التماس اخ ... يرعى ودادى اذا ذو خلة خانا
فكم الفت و كم آخيت غير اخ ... و كم تبدلت بالاخوان اخوانا
و قلت للنفس لما عز مطلبها ... بالله لا تألفى ما عشت انسانا

و قد ترجمت رباعياته الى كل اللغات المتمدنه و اشهرها الترجمة الانجليزيه بقلم « فيتس جرالد » التى اشهرته فى ممالك المتمدنه فى درجة شاعر الانجليزى والترجمة الالمانيه التى يطابق نظمها الاصل تماماً بقلم المستشرق المشهور الالمانى « روزن » . وفات الخيام فى سنه ٥١٧ هجرى قمرى .

وتحقيق دقيق فى شرح حاله ما ناله الصيرفى فى كتابه الفارسى الذى لم يطبع (السمى بتاريخ الفلاسفه) و هو عرب ماقاله ونحن نورد كلامه بغير تغيير منا فى عبارته: «... هو الحكيم الاديب والفيلسوف الرياضى فاق اقرانه بتحقيقاته العميقه وسبق امثاله بتدقيقاته الرشيقه ولدفى نيسابور و مات بها بعد وروده من الحج فيسنة ٥١٧ و تفرق الناس فى امره ايادى سبا من محب غال و مبغض قال ومتوقف لايدرى كيف كان امره فمحبوه ينسبون اليه كل ما اعتقدوه كمالا و يضعونه فوق ماكان عليه و و ينشدون له .

عجز النساء و ما ولدن بمثله ... و لقد اتى فعجزن عن نظرائه

و مغضبوه يستقلونه جداً و ينظرون اليـه شزراً و يشرقون من ذكره

اذا انت اعطيت السعادة لم تبل و ان نظرت شزراً اليك القبائل

فلا بدلنا من تفتيش حاله والكشف عن مقاله ليرتفع الجدال من البين .

فاعلم ان المنفكرين حسب تربتهم و ملاء متة بيئتهم و عوامل الاجتماعية فى اقليمهم على قسمين اهل الشك او اليقين والمراد بالشك هنا انهم لايدرون هل للعالم واقعيته املا و اهل اليقين ايضا اما على جزم بان للعالم الخارجى حقيقة و واقعية و اما على يقين بعدم حقيقة والذين يعتقدون بواقعية الكون ينشعبون على ثلث شعب الهئى و مادى و متحير بين الالهية و المادية اما الالهيون ايضا على ثاث فرق رجل متكلم يريد ان يبرهن على كل ما سمعت اذنه و جاء به قائده و لا راى له مستقلا وهو كالمعنى الحرفى لايوجد الاتبعا او كالوجود الرابطى لايحقق لاتطفلا و رجل صوفى سالك سبيل العشق و ناهج طريق الشوق لا يذعن الا بما وافقه كشفه و ذوقه و رجل فيلسوف الهى يسلك سبيل العقل و لا يقبل الا ماحكم به عقله وايده حدسه و برهانه و اكمل الفلاسفة برهانا و امثلهم طريقة حكماء المشاء التابعون لارسطاطاليس كما ان اكمل المادين مادى ديالكتيك و التحير اقرب الى المادية من الالهيه

والذين يحسبون الخيام صوفياً او فيلسوفا دهريا او الهيا لقدخبطو خبط عشواء و ضلو ضلالة عمياء و اشتبه عليهم الامر اشتباها عظيماوالذى لا ارتياب لنا فيه هو ان الخيام قد خرج من ربقة التقليد و سلك سبيل الفلسفه ولكن تحير تحيراً عظيما الى آخر دهره و ختام عمـره فلم يصل الى اليقين طرفة عين ابداً و الشاهد على ما نقول ابياته السائره و رباعياته المشتهره فترى انه قد يومن و قد يكفر و تارة يتوب من غمايته و ساعة يستهزء بالحشر و يزيد فى غوايته فهذا حق الكلام فمن شاء فليومن و من شاء فليكفر .....»

و مؤلفات الحكيم عمر خيام :

(١) رباعياته ؛ (٢) رسالة فى الجبر و المقابله التى نشرت لاول مره فى باريس سنه ١٨٥١ باهتمام « وبکه » ؛ (٣) زيج ملكشاهى فى علم الفلك منه و من غيره ؛ (٤) رسالة مختصره فى الطبيعيات(٣)؛ (٥) رسالة فى الوجود باللغة الفارسيه(٤)؛ (٦) رسالة فى الكون و تكليف (٧) رسالة فى الاحتيال لمعرفة مقدارى الذهب والفضه فى جسم مركب منهما(٥) (٨) رسالة مسماة بلوازم الامكنه فى التغيير الفصول و المناخ فى البلدان والاقاليم المختلفه ؛ (٩) اشعاره العربية النادرة الوجود ؛ (١٠) قسم من رسالة روضة القلوب(٦) ؛ (١١) مشكلات الحساب (حسب ناشر هذه الرساله) ،(١٢) كتابنا هذا فى شرح ما اشكل من مصادرات كتاب اقليدس توجد نسخة الوحيده من هذا الكتاب فى « ليدن » بهولاند وسمحت لى الظروف ان تبقى هذه النسخه بيدى منذ ايام فاستنسختها تماما

فاما نسخة المذكوره فحجمه مربع مستطيل ١٨×١٥ سانتى مطر ممزقة الاوراق الصفراويه و هى بسيط جداً . تحتوى مؤلفات الرياضيه للمؤلفين المختلفه و فى اوله مكتوب ؛

فهرس ما فى هذ الدفتر من الكتب :

احكام النجوم من قول هرمس ، اختيارات الامام للكندى، زيج طيلسان ، استخراج الابعاد بذات الشعبتين (باللغة الفارسى مع ١٢ جدول)

مسائل الجبر و المقابله } من ابى كامل بصرى
طرائف الحساب }

المسائل الحسابيه من ابى زيد الفارسى امتحانا من ابى حفص السحرى شرح ما اشكل من مصادرات كتاب اقليدس من ابى الفتح الخيامى ،

---

(٣) ما يقوله شهر زورى .

(٤) نسختها موجودة فى دار الاثار البريطانيه فى لندن .

(٥) نسختها فى مكتبه گوتا بالمان وطبع عنها فى برلين طبع ١٩٢٥ ميلادى

(٦) كشفها « كريستن زن » فى مكتبه باريس ،

كتاب جبر و المقابله له ، مشكلات الحساب له ، الفوائد المتفرقة الحكميه من انواع الشتى ، رسالة من ابى على فى دفع الغم من الموت و اما الرسالات الثلاثة الاخيره غير موجوده فى النسخة المذكوره آنفا ويزيد فى اهمية هذه النسخه الجملة الاخيره من رسالة فى شرح ما اشكل وهى: « وكان بخط الشيخ الامام عمر بن ابراهيم الخيامى » مكتوب فى آخر هذه الرسانه وقع الفراق من تسويد هذا البياض ببلد(؟) فى دار الكتب مناك (مغاك ؟) . فى اواخر جمادى الاولى سنه سبعين واربعمائه تمت الرساله على يدى مسعود بن محمد بن على الحفرى فى الخامس من شعبان سنه خمس عشره و سته مائه » التى تدل على ان الناسخ قد نقلها رأسا عن خط المؤلف ٤٧ عاما بعد وفات الحكيم . وتحقيق موقع مدينة (؟)[1] ودار الكتب مناك فيها اهمية لايدرك نترك استشعارها للجغرافيين و المورخين ونسختى هذه التى نقلتها بتاريخ ١٨ ١٨ اغوسطوس ١٩٢٥ نكون حفيدة الاصل .

و نقرء فى آخر الكتاب لجملة التاليه : « استعارها من الزمان الفقير الى الرحمن المحمد الموقف فى جامع سلطان بايزيد طاب ثراه سنه ٩٤٣ هجرى »

مما يدل على ان نسخة ليدن وجدت عند شخص عائش فى الاستانه .

و تحتوى الصفة الاولى من الكتاب على دوائـر مختلفه و يليه تواريخ الهجرى يزدجردى و غيره .

و اسامى زيجات شامى ، خافى ، علائى ؛ قانونى ، فاطر ، فاخر كامل ، ابوالحسن ، بطلميوس ، محسطى ، احمد ، محمد ، بيرونى.... حامد كوشيار و غير هم . و تقسيم ساعات و درجات و جداول الارث

وجائنا ان نشرهذا الكتاب وهو آخر كتب الحكيم الخيام ولم تنشر ابدآ سيرجع على العلم به الفائدة المرغوبه .   برلين اغسطوس ١٩٢٥

---

(١) بياض فى الاصل

رسالة فى شرح ما اشكل من مصادرات
كتاب اقليدس
ثلث مقالات

تصنيف الشيخ الامام الاجل حجة الحق ابى الفتح
عمر بن ابراهيم الخيامى

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمدلله ولى الرحمة والانعام والسلم على عباده الذين اصطفى و خصوصاً على سيد الانبياء محمدٍ وآله الطاهرين اجمعين.

ان تحقيق العلوم و تحصيلها بالبراهين الحقيقيه مما يفترض على طالب النجاة و السعادة الابديه و خصوصاً الكليات و القوانين التى يتوصل بها الى تحقيق المعاد و اثبات النفس و بقائها و تحصيل اوصاف واجب الوجود تعالى جده و الملائكة و ترتيب الخلق و اثبات النبوة السيد المطاع بين-الخلق الآمر و الناهى اياهم باذن الله تعالى بحسب طاقة الانسان.

و اما الجزئيات فغير مضبوطة و اسبابها غير متناهيه فلا نحيط بها هذه العقول-المخلوقة اصلا وليس يعرف منها الا مايقتنص بالحس و التخيل والوهم.

و الجزء من الحكمة الموسوم بالرياضى اسهل اجزائها اداراكا تصوراً و تصديقاً معاً: اما العددى منه فامر ظاهر جداً و اما الهندسى فلا يكاد يخفى

منه شيئى ايضاً على السليم الفطرة الثاقب الرأى الجيد الحدس. وهذ الجزء من بين اجزاء الحكمة له منفعة الرياضه و تشحيذ الخاطر و تعويد النفس الاشمئزاز عما لايكون عليه برهان و ذلك لقرب ماخذه و سهولة براهينه و معاونة التخيل العقل فيه و قلة خلاف الوهم اياه و معلوم من كتاب البرهان من علم المنطق ان كل صناعة برهانيه لها موضوع تبحث فيها عن اعراضه الذاتية و غيرها و مقدمات فيها ماخذ براهينها اما اوليه كالكل اعظم من الجزء واما مبرهنة فى صناعة اخرى و اما مصادرات وليس اثبات واحد من هذه على تلك الصناعة اصلا لكن التعريف لموضوعها ولتلك المقدمات فعليها ثم ان الصناعة و ان لم يمكنها تحديد موضوعها و اوضاعها تحديداً حقيقياً فلها ان ترسمها ترسيماً شافياً. هذه المعانى مبسوطة جداً فى كتاب البرهان من صناعة المنطق فليطلب من هناك.

و انى لم ازل كنت شديد الحرص على تصفح صدور هذه العلوم و تحقيقها و تمييز اجزائها بعضها من بعض و خصوصاً كتاب الاصول فى الهندسه فانها اصل جميع الرياضيات و مباديها مبادى جميعها فاما النقطة والخط و السطح والزاويه والدايره والاستقامة فى الخط و فى السطح و غير ذلك من مباديها فيتولى اثباتها و تحديدها الحقيقى صاحب العلم الكلى من الحكمه و كذلك مقدماتها التى غير اوليه مثل انقسام المقادير الى مالانهاية له وان يؤتى من كل نقطة مفروضة الى كل نقطة اخرى بخط مستقيم و غيرهما من المقدمات المذكورة التى لاتسلم الا بالبرهان فعلى الحكيم ايضاً. واما المصادرات مثل المربع والمخمس والمثلث و غيرها فقداتى بها صاحب الكتاب فى الصدر له تعريف الاسم لاغير و سيثبت هو اياها و يبرهن عليها فى اثناء كتابه وقداتى بمصادرة عظيمه و لم يبرهن عليها و هى قوله ان

كل خطين مستقيمين يقطعان خطا مستقيماً على نقطتين خارجتين منه فى جهة واحدة على اقل من زاويتين قائمتين فانهما يلتقيان فى تلك الجهة بل اخذها مسلمه وهذه مسئلة هندسيه لاتتبرهن الا فيها اصلا فهى لازمة للمهندس شاء ام ابى وليس له ان يبنى عليها شيئاً الابعد البيان.

ثم انى شاهدت جماعة من متصفحى كتابه و حالتى شكوكه لم يتعرضوا لهذا المعنى اصلا لصعوبته مثل ايرن و اطو(لو)قس من المتقدمين واما المتاخرون فقد مدت منهم جماعة ايديهم الى البرهان عليها مثل الخازن و الشنى و النيريزى وغيرهم فلم يتأت لواحد منهم برهان نقى بل كل واحد منهم صادر على امر ليس تسليمه باسهل من هذا ولولا كثرة نسخ تلك الكتب و كثرة مزاوليها والناظرين فيها لكنت اوردها هيهنا وابين وجه المصادره والغلط على ان تعرف ذلك من سطوراتهم امر اسهل جدا

و قد شاهدت كتاباً لابى على بن الهيثم رحمه الله موسوما بحل شكوك المقالة الاولى فلم اشك انه قد تصدى لهذه المقدمه و برهن عليها فلما تصفحته مبتهجا به صادفت المصنف قد قصد ان تكون هذه المصادره فى صدر المقاله من جملة ساير المبادى من غير احتياج الى برهان وتكلف فى ذلك تكلفاً خارجا عن الاعتدال و غير حدود المتوازيات وفعل اشياء عجيبه كلها خارجة عن نفس الصناعه : منها انه قال اذا تحرك خط مستقيم قائم على خط آخر و يكون قيامه محفوظا على ذلك الخط فى حركته فانه يفعل بطرفه الاخر خطا مستقيما فان الخط الحادث مواز للخط الساكن ثم ياخذ هذين الخطين ويلونهما(؟) ويحركهما ويعتبر فيهما عدة اعتبارات كلها خارجة حتى يصح له فى الصدر هذه المقدمه بعد ارتكاب هذه المصاعب

و المنكرات و هذا كلام لا نسبة له الى الهندسة اصلا من وجوه : منها انه كيف يتحرك الخط على الخطين مع انحفاظ القيام و اى برهان على ان هذا ممكن ؟ و منها انها اية نسبة بين الهندسة و الحركة و ما معنى الحركه؟ و منها انه قد بان عند المحققين ان الخط عرض لايجوز ان يكون الا فى سطح ذلك السطح فى جسم او يكون نفسه فى جسم من غير تقدم سطح فكيف يجوز عليه الحركه مجردا عن موضوعه ؟ و منها ان الخط كيف يحصل عن حركة النقطه ؟ و هوقبل النقطه بالذات والوجود: و لقائل ان يقول ان اقليدس قد حد الكرة فى صدر المقاله الحادية عشر بشئى من هذا القبيل و هو قوله: «الكرة حادثة من ادارة نصف دائرة الى ان يعود الى المبتدا» فنجيب ونقول ان الرسم الحقيقى الظاهر للكره معلوم و هو انه شكل مجسم يحيط به سطح واحد فى داخله نقطة كل الخطوط المستقيمه الخارجة منها الى السطح - المحيط متساويه و اقليدس عدل عن هـذا الرسم الى ما قال مجازفة و مساهلة فانه (فى) المقالات التى تذكر فيها المجسمات تساهل جدا تعويلا منه على تدرب المتعلم عند وصوله اليها و لوكان لهذا الترسيم معنى لكان تحدالدائرة بان يقال: «ان الدائرة هى شكل مسطح حادث عن ادارة خط مستقيم فى سطح مستوبحيث يثبت احد طرفيه فى موضعه و ينتهى الاخر الى مبدء الحركة» فلما عدل عن هذا النوع من الترسيم لامكان الحركة و اخذ ماليس له مدخل فى الصناعة مبدأ فيها لزمنا ان نقفو آثارهم ولانخالف الاصول البرهانيه والدستورات الكليه المذكورة فى كتب المنطق . ثم ليس تحديد اقليدس الكرة مثل تحديد هذ الرجل وذلك ان

اقليدس عرف شيئاً ما بوجه غير مرضى و ذلك الشئى معلوم من عدة وجوه اخر و تعريفه المذموم لايصير مقدمة لامر عظيم الشأن بل يعدل عن تعريفه الى تعريف آخر احسن منه و هذا الرجل قد اجتهد فى هذا النوع من التعريف المنكرات ان يصيره مقدمة لاثبات امر لايكاد يثبت الا بالبرهان. فبين الرجلين فى التعريفين فرق. هذا الشك فى صدر المقالة الاولى واما الشك الذى هو فى صدر المقالة الخامسه فهو حيث ذكر النسبه و عوارضها و ذكر التناسب و احواله و ليس للتناسب حقيقة على وجه هندسى معلومه كما سنذكره فى المقالة الثانيه من هذ الرساله ولم نجد احدا من المتقدمين و المتأخرين تكلم فى معنى التناسب و تحقيقه كلاماً شافياً فلسفياً و قد وجدت شيئاً منسوباً الى ابى العباس النيريزى تكلم فى معنى النسبه والتناسب واطنب و كنت اظنه كافياً غير انه لما تصفحته وتأملته كان محتاجاً الى عدة مقدمات قد الغاها و لم يذكرها وكان مبتوراً ايضاً اللهم الا ان وقع الخلل من جهت الوراق و سنذكره انشاء الله

فقد صادر فى صدر هذ المقاله ايضاً على شيئى من النسبة المؤلفه من غير برهان وهو قوله: «كل ثلثة مقادير فان نسبة الاول الى الثالث مؤلفة من نسبة الاول الى الثانى و من نسبته الثانى الى الثالث».

فلما رأيت الخلل فى هذ المواضع الثلثة غير مستدرك وغير مصلح حق الاصلاح صرت متمنى[1] الى اصلاحها و الان فقد سألت الله تعالى الحيوة والتسهيل و استوفقته و اعتصمت بحبله و جمعت هذه الرساله و جعلتها ثلث مقالات: الاولى منها فى المتوازيات وحل الشبهة فيها، الثانيه فى حقيقة النسبة المقداريه والتناسب المقداري، الثالثة فى النسبة المؤلفه و ما يتعلق بها والله المستعان على كل حال و اليه المفزع وهو حسبنا و نعم المعين.

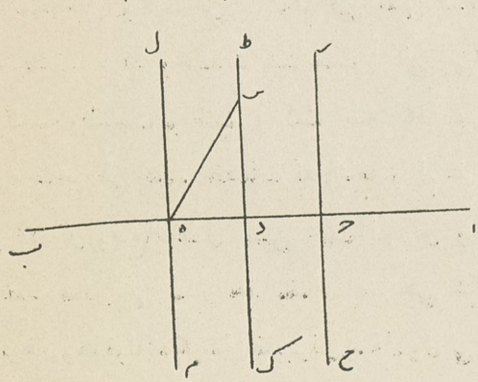
---

(١) فى الاصل و تمنى متمنى

المقالة الاولى

فى حقيقة المتوازيات و ذكر الشك المعروف

بسم الله الرحمن الرحيم والتوفيق والعصمة بيدالله . يجب ان يتحقق ان السبب الذى لاجله غفل اقليدس عن برهان هذه المقدمه وصادر عليها هو اعتماده على المبادى الماخوذه عن الحكيم فى معنى الخط المستقيم والزاويه المستقيمة الخطين حين خطر بباله ان سبب الخطين التقاء المستقيمين هو هذا المعنى الذى صادر عليه مثاله: خط (اب) مستقيم (شكل ١) وخط (رح) قائم عليه على زوايا قائمه على نقطة (ح) و كذالك (ط د ك) على نقطه (د) و(ل ه م) على نقطه (ه) والزاوية القائمه مساوية لنظيرها. فخط (رح) لا يميل الى (اب) من كلا الجانبين وهو ممتد الى ما . لا نهاية له من كلتا الجهتين



و كذالك حكم (دط) فخط (دط) لا تلقى خط (رح) لانه ان لقيه كان احدهما او كلاهما مايلا الى جانب . من جوانب خط (اب) و كذالك (ح ح) و(كد) و (م ه) وقد فرض (ح د) و (د ه) متساوين فسطح (ر ح د ط) اعنى هذه الحيز الذى فصله هذان الخطان منطبق على سطح (ط د ه ل) فان كان خطا (رح) (ط د) ملتقيين فخطا (طى) و(ه ل) ملتقيان على تلك النقطه بعينها و كذالك جميع الخطوط الخارجة على زوايا قائمه اذا كانت قواعدها متساويه وهكذا يكون من الجهة الاخرى اعنى (ح ح) و(دك) ونظراء هما ويلزم منه

محال اولي و كذلك بهذا الحكم لا تتضائق خطا (رح) و (ط د) ولا تتسعان فان التضائق والاتساع يوجبان هذا المحال ايضاً فيكون هذه الخطوط القائمه على (اب) متوازيه والبعد بينهما متساو اعنى لاتتضائق ولاتتسع. فان اخرج خط مايل الى احد الجانبين مثل خط (ه س) الى جانب (ا ه) فانه يلقى (طد) لامحاله لان (ه س) و (ه ل) الى الاتساع والبعد بينهما يبلغ الى حد يفرض وزاوية (س ه د) اقل من قائمه فزاويتا (س ه د) و (س د ه) اقل من قائمتين. فمن هذا ظن اقليدس ان سبب التقاء خطى (ه س) و (س د) نقصان الزوايتين عن قائمتين وهذا الظن حق ولكن لايمكن ان يبين عليه الا بعد بيانات اخر فهذه هى التى حملت اقليدس على تسليم هذا المقدمه والبناء عليها من غير برهان والعمرى ان هذه قضايا و همية جداً و فيها للعقل مساعدة لانها حقه و عليها ايضا برهان وان ما كان شبه الدليل كما ذكرنا ولكنه برهان غير شاف و لامصدق به من جميع الوجوه لمصادرته على عدة امور غير اوليه ولا مبرهن عليها و كيف يسوغ لاقليدس المصادرة على هذا القضيه بسبب هذا الظن مع انه قد برهن على عدة اشياء اسهل من هذه بكثير مثل برهانه فى المقالة الثالثه على ان الزوايا المتساويه على مراكز الدوائر المتساويه تفصل من المحيط قسياً متساويه وهذا المعنى معلوم جداً من جهت المبادى لان الدوائر المتساويه تنطبق بعضها على بعض والزوايا المتساويه كذالك فتنطبق القسى بعضها على بعض لامحاله فيكون متساويه. فمن برهن على مثل هذا فما احوجه الى ان يبرهن على مثل ذالك. ومثل برهانه فى المقاله الخامسه على ان نسبة المقدار الواحد الى المقدارين المتساويين واحدة واذا كانت النسبه تقع فى المقدار من حيث هو مقدار فكيف يحتاج هذا الى برهان اذا المقدار ان المتساويان هما مثلان

من حيث المقداريه لافرق بينهما فهما من هذالجهة بالحقيقه واحد لا غيرية بينهما الا غيرية العدد فحسب .

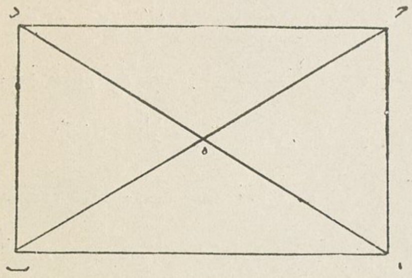
وقدغفل ايضاً فى مقالات المجسمات عن عدة امور مفتقرة الى البراهين لكنها ليست من المقدمات العظام و الا لبرهنا عليها وربما يقع لنا فى ثانى الحال التفات عليها واصلحـنا تلك المقالات بعون الله . والذين نظروا فى كتابه كالحجاج فانه كان ناقـلا و ليس له الاصلاح و امـا ثابت فان حكمه ايضاً حكم ناقل وان كان اصلح بعض الاصلاح ومن رام تفسير كتابه وحل شكوكه مثل ايرن المخانيقى و اطو(او)قس وغيرهما من المتقدمين و ابى العباس النيزيزى و غيـره من المتاخرين فكان يلزمه البرهان على امثال هذالقضايا و تصفحها والنظر فيها لارد المستقيم الى الخلف والخلف الى المستقيم فان من عرف برهان شيئى باالحقيقه فقد اكتفى به مستقيماً كان اوخلفا فما معنى رد المستقيم الى الخلف وترك امثال هذا غيرمبرهن عليها ؟ اما سبب غلط المتاخرين فى برهان هذه المقدمه فغفلتهم عن المبادى المأخوذه من الحكيم و اعتمادهم على القدر الذى اورده اقليدس فى صدر المقالة الاولى وليس يكفى هذالقدر. فان القضايا المحتاج اليها فى التقديم على الهندسه كثيرة: منها ان المقادير تنقسم الى مالا نهاية له و ليست مركبة عمالا ينقسم و هذه قضية فلسفيه يحتاج اليها المهندس فى صناعته و من المهندسين من حاول ان يبرهن على هـذا من جهة صناعه ولم يشعر بانه بيان الدور ولكن اذا اثبت الحكيم الدائرة والخط المستقيم وسائرمبادى الهندسه فانه يمكن ان يبرهن على هذه القضيه برهان ان لابرهان لم . والحق ان هذ القضيه من مقدمات الهندسه لامن اجزائها و منها انه قد

يمكنه ان يخرج خطاً مستقيما الى مالانهاية له والفيلسوف و ان برهن على ان الاجسام متناهيه وليس خارجها لاخلاء و لاملاء فقد بين كيف يجوز للمهندس ان يقول هذا غير متناه و هذا خارج الى مالانهاية له. و منها ان كل خطين مستقيمين متقاطعين فانهما الى الانفراج والاتساع فى بعدهما عن زاويه التقاطع. ومنها ان الخطين المستقيمين المتضائقين فهما يتقاطعان ولايجوز ان يتسعان(١) خطان متضائقان فى مرورهما الى التضائق. و هذه القضايا الاخيره يمكن ان يبرهن عليها برهان ان من طريق الهندسه كما تعلمها عما قليل. ومنها ان كل مقدارين متناهيين متفاضلين فان الاصغر يمكن ان يضعف حتى يصير اعظم من الاكبر. و لعل هذه القضيه اوليه من جنس مالا ضبط الا بعد التامل و يكون مقدمات اوليه ظاهره اكثر من هذا. و اقليدس لم يات باكثرها فى صدر الكتاب مع انه قد اتى باوليات مستغنى عنها جدا و كان الواجب ان لا ياتى بها اصلا او ياتى بها جميعا من غير ان يشذ عنها شيئى و ان كان ظاهراً. وقد ذكرنا فيما تقدم سبب غلط ابى على فلا حاجة بنا الى ذكرها ثانياً. و يجب ان نسلم ثمانيه و عشرين شكلا من كتاب الاصول فانها غير محتاجة الى هذه المقدمه و انما المحتاج اليها الشكل التاسع و العشرون حيث نريد ان نورد احكام الخطوط المتوازيه. فمن شاء فليجعل الشكل الاول من هذه المقاله بمنزلة الشكل التاسع و العشرون من المقالة الاولى حتى يكون داخلا فى جملة الكتاب ان شاء الله. وهذا حين ستدى فى البرهان الحقيقى اللمى على هذا المعنى بعون الله وحسن توفيقه انه من توكل عليه هداه و كفاه.

---

(١) فى الاصل: تسع

الشكل الاول.ــ و هو كط من مقالة آ[١].ــ خط (اب) مفروض [ش٢] و نخرج (ا حـ) عموداً على (ا ب) ونجعل (ب د) عموداً على (ا ب) و مساويا لخط (ا حـ) و هما متوازيان كما بينه اقليدس فى شكل (كز) و نصل (حـ د). فاقول ان زاويـه (ا حـ د) مساوية لزاوية (ب د حـ). برهانه: نصل (حـ ب)و(ا د) فخط (ا حـ) مثل (ب د) و (ا ب) مشترك و زاويتا (ا) و (ب) قائمتان . فقاعدتا (ا د) و(حـ ب)



[ش ٢]

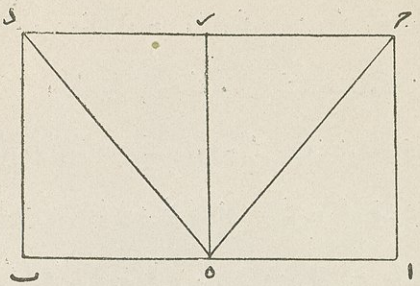
متساويتان و سائرالزوايـا مثل سائر الزوايا . فتكون زاويتا (ه ا ب) (ه ب ا) متساويتين . فخطا (ا ه) و(ه ب) متساويان. فبقى (د ه) و (ه حـ) متساويين. فتكون زاويتا(ه د حـ) و(ه حـ د) متساويين و[زاويتا] (ا حـ ب) مثل (ا د ب) فزاويتا (ا حـ د) و(حـ د ب) متساويتان وذلك مااردنا ان نبين. ومن هيهنا استبان[٢] انزاويتى (حـ ا ب)و(ب د ا) اذا كانتا متساويتين كيف ماكانتا و خطا (ا حـ)و(ب د) متساويين يجب ان يكون زاويتا (ب د حـ) و (ا حـ د) متساويتين.

الشكل الثانىــ وهو (ل) من الاصول ــ نعيد شكل (ا ب حـ د) [ش٣] و نقسم (ا ب) بنصفين على (ه) و نخرج (ه ر) عموداً على (ا ب) فاقول ان (حـ ر) مثل (ر د) و (ه ر) عمود على (د حـ). برهانه: نصل(د ه) و (ه حـ) فخط (ا حـ) مثل (ب د) و (ا ه) مثل

---

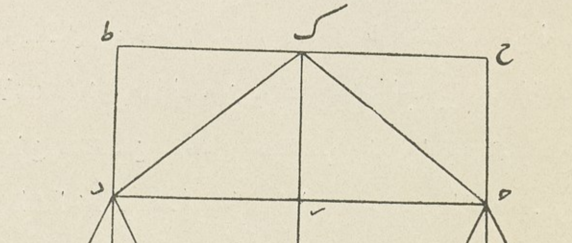
(١) الشكل التاسع والعشرون من المقالة الاولى من الاصول (٢) كذا فى الاصل

(ه ب) و زاويتا (ا)و(ب) قائمتان فقاعدتا (د ه) و(ه ح) متساويتان وزاويتا (ا ه ح) (ب ه د) متساويتان، فبقى(د ه ر) و (ر ه ح) متساويتين، و خـط (د ه) مثل (ه ح)و(ه ر) مشترك[1] فالمثلث مثل المثلث و سائر الزوايا والاضلاع النظائر متساويه . فيكون (د ر) مثل (ر ح) و زاويه (در ه) مثل (ح ر ه) فهما قائمتان . و ذلك ما اردنا ان نبين .



[ش ٣]

الشكل الثالث - وهو(لا)من الاصول. ونعيد شكل (اب د ح) [ش ٤]. فاقول ان زاويتي(ا ح د) (ب د ح)قائمتان. برهانه: نقسم (ا ب) بنصفين على(ه) ونخرج عمود(ه ر)ونخرجه على استقامه ونجعل (ر ك) مثل (ر ه) ونخرج (ح ك ط) عموداً على (ه ك) و نخرج (ا ح) و (ب د) فيقطعان (ح ك ط) على



[ش ٤]

(ح)و(ط) لان(ا ح) (ه ك) متوازيان وكل المتوازيين فان البعد بينهما لا يتغير.

(١) فى الاصل : والزاويتان متساويتان زائد .

فنمد (ا حـ) الى مالا نهايةله موازياً ا [خط] (ه ك) و تمد (ح ك) الى مالانهايةله موازيا لخط(ر حـ) فهما ملاقيان لامحاله اولى ونصل(حك)و(دك) فخط (د ر) مثل (رحـ) و (رك) مشترك وهوعمود . فقاعدتا (دك)و(كحـ) متساويتان وزاويتا (رحـك)و(ردك) متساويتان. فبقى زاويه (ححـك) مثل (كدط) وزاويتا (د ك ر)و(حـ ك ر)متساويتان فيبقى زاويتا (كحـح)و(كطد) متساويتين و خط (د ك) مثل (ك حـ) فيكون (حـ ح) مثل (د ط) و (ح ك) مثل (ك ط) . و زاويتا (ا حـ د) و(ب د حـ) ان كانتا قائمتين فقد حق الخبر وان لم يكونا قائمتين فيكون كل واحد منهما اما اصغر من قائمه واما اكبر . فليكن اولا اصغر من قائمه و ينطبق سطح (ح حـ) على سطح (حـ ب) فينطبق (ر ك) على (ر ه)و (ح ط) على (ا ب) فيكون (ح ط) مثل خط (ن س) لان زاويه (ح حـ ر) اعظم من زاويه (ا حـ ر) فخط (ح ط) اعظم من (ا ب). و كذلك ان اخرج الخطان الى مالانهايةله على هذا النسق. يكون كل واحد من الخطوط الواصله اعظم من الاخر وتسلسل. وخطا (ا حـ) و (ب د) على استقامه من الجهة الاخرى كانا الى الاتساع مثل هذا البرهان و يشابه حال الجانبين عند الانطباق لامحاله فيكون خطان مستقيمان يقطعان مستقيمين على قائمتين ثم يتسع البعد بينهما من جهتى ذلك الخط و هذا محال اولى عند تصور الاستقامه. ويحقق البعد بين الخطين وذلك مما قد تولاه الفيلسوف .

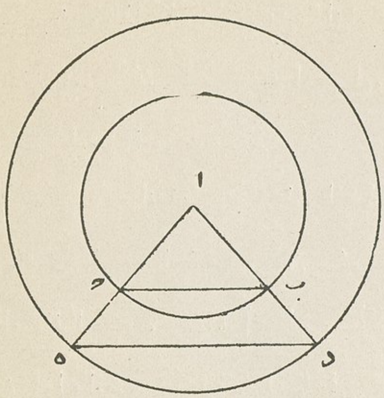
وان كان كل واحده منهما اكبر من قائمه فيكون عند الانطباق خط (ح ط) مثل (لم) وهو اصغر من (اب) و كذلك جميع الخطوط الواصله على هذ النسق. فالخطان الى التضائق و ان اخرها الى الجهة الاخرى كانا الى التضائق ايضا لتشابه حال الجهتين عند الانطباق وذلك مما يمكنك ان تعرفه بادنى نظر و بحث.

و هذا محال ايضا لما ذكرنا . و اذا امتنع ان يكون الخطان متفاضلين فهما متساويان و اذا كانا متساويين فالزاويتان متساويتان فهما اذن قائمتان تعرف بادنى تامل. فتركناه تجنبا للتطويل. فمن اراد ان ثبت ذلك هيهنا على الترتيب التعليمى فعل بلامكاتى[1] منا . وسهو المتاخرين فى برهان هذه المقدمه انمـا وقع لغفلتهم عن هذه القضية الاوليه اذا تصور محمولها و موضوعها على الوجه الحقيقى . فان كثيرا من القضايا الاوليه الغفل عن التفطن له نافذ الحدس، ثاقب الرأى لعروب[2] تصور محموله وموضوعه عن غفلة فان اوليه القضيه و حقيقتها ليستا فى تصور موضوعها ومحمولها لان صدقها و كـذبها لايتعلقان بالمحمول والمـوضوع بل بارتباط المحمـول بالموضوع لاغير . واذا كان كذلك فلاتبعد ان تكون قضيه اوليه مغفولا عنها لهذا السبب فافهم ذلك الاترى ان من تصور حقيقة الدائره و حقيقة الزاويه و حقيقة النسبة المقداريه عرف بادنى تأمل ان نسبة الزوايا التى على المركز كنسبة القسى التى توترها. وهذا المعنى بينه اقليدس فى شكل (لو) من مقاله (و) وهو الشكل الاخير من تلك المقاله. ومن القضايا الاوليه ما تبين ايضا بعد تصور اجزائه نضرب من البيان على سبيل التذكير والتنبيه لاعلى سبيل طلب الحد الاوسط . فان المحتاج الى الوسط اكتسابى. فافهم و هذا مقالات وان كانت خارجه عن مقصودنا فى هذه الرساله فان لها عنا[3] عظيما ومنفعة جسيمه فيها. و كذلك اوردناها هاهنا ولازيدن هذا المعنى شرحا حتى تعرفه اكثر الناس. خطا (ا ب) (ا ح) متقاطعان على نقطه (ا) [ش٥] فاقول انهما الى الانفراج والاتساع الى مالانهاية له وذلك انا نجعل (ا) مركزاً ولبعد (ا ب) دائره (ا ب ح) فالبعد بين الخطين

---

[١] كذا فى الاصل ؟ (٢) كذا فى الاصل (٣) كذا فى الاصل

عند ملاقاتهم الدائره خط (ب ح). و نخرج (ا ب) على استقامه الى (د) و ندير الدائـره (ا د ه) و نخـرج (ا ح) على استقامه حتى يقطع الدائره على نقطه (ه) و نصل (د ه). فالبعد بين الخطين (ده) و خط (د ه) اعظم

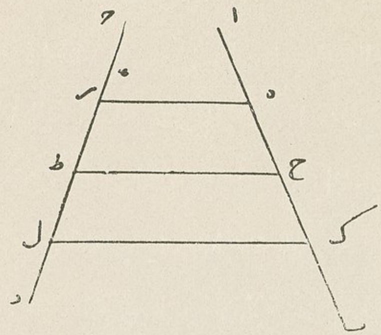


[ش٥]

من (ب ح) اولى لاشبهة فيه اذا تصور معنى الدائره والزاويه والخط المستقيم. و من رام ان تبرهن عليه برهانا فلا بد له من ان ياخـذ فى اثنا ذلك البرهان قضيه تبرهن بهذا المعنى. فيكون بيان الدور. ونعم مافعل صاحب الاصول اذا ورد فى صدر كتابه القضيه القائله بان «الخطين المستقيمين لا يحيطان سطح» فى جملة الاوليات. لان من عرف حدودها عرف ارتباطها لامحاله. فهى اذن اوليه. والبعد بين كل خطين هو الخط الواصل بينهما بحيث يكون الزاويتان الداخلتان متساويتين. مثاله خطا (ا ب) و(ح د) مستقيمان فى سطح مستو [ش٦] و فرضنا على (ا ب) نقطه (ه). فالبعد بين (ه) و بين خط (د ح) خط (ه ر) و زاويه (ه) مثل (ر) فاما كيف يخرج من نقطه (ه) الى (ح د) خط بحيث تكون الزاويتان الداخلتان متساويتين؟ فعلى المهندس ليس على الحكيم التولى لتصحيح مبادى الهندسه. واما انه هل يمكن ان يخرج خط بهذه الصفة؟ فعلى صاحب المبادى. و بيانه انه يمكن ان يخـرج من (ه) خطوط الى (ه د) غيـر متـناهيه على زوايا

غيـر متناهيـه من كلتى الجهتين فى الخطين جميعا متفاضلات اصغورا كبر.

و كل ما تعذر فيه هذا المعنى اعنى التفاضل من الجـانبين فى الصغـر والكبر مع ان المقادير ينقسم الى مالانهاية له، فلا محاله له يمكن ان



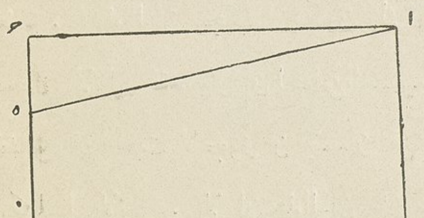
[٢ ج٤٠]

يقع التساوى. و نفصل (ه ح) و (ر ط) متساويين ونصل (ح ط) فزاويه (ح) مثل (ط) كمابين فى الشكل الاول. ف(ح ط) هو البعد. و ان كان (ح ط) اعظم من (ه ر) فالخطان الى الاتساع و نفصل (حك) و(ط ل) متساويين ونصل (ك ل) فهو البعد. فان كان (ك ل) اصغر من (ح ط) فالخطان الى التضائق. و قد كانا الى الاتساع هذا محال اولى. وان كانا متساويين يلزم هكذا وان كان (ح ط) اصغر من (ه ر) فالخطان الى التضائق. فبهذا البيان يجيب ان يكون (ك ل) اصغر من (ح ط) والا يلزم المحال الاولى فقد بان ان الخطين المستقيمين فى سطح مستو اذا كانا الى التضائق فى جهت لايجوز ان يتسعان فى ملك الجهت اصلا. و كذلك اذا كانا الى الاتساع. الا ان هذا البيان بيان غير هندسى انما هو بيان حكمى. ولكن استعين فيه بالمثال ليكون ابين واظهر عند من لايكون له حدس جيد. ومن الناس من يقول ان البعد بين نقطه على خط وبين خط آخر هو العمود الخارج من تلك النقطه الى الخط . و ليس الحق كذلك لانه بما يكون العمود الخارج من مسقط العمود الاول الى الخـط الاول غير مساو

للعمود الاول فيكون . بعد النقطه عن نظيرتها غير بعد نظيرتها عنها ر هذا محال. بل اذا كانت الزاويتان الداخلتان متساويتين كان ميل الخطين معا عن ذلك الخط الواصل ميلا واحدا. فهو بالحقيقه يكون البعد بينهما لاغير .

و هذ المعانی خطرت ببال قدماء المهندسين فصادروا على القضيه التى تطلب البرهان عليها. ولما تبين انه اذا افرض خط مستقيم واخرج من طرفيه عمود ان كانا بحيث اذا نفصل منهما اى خطين متساويين كان البعد بينهما عمودا عليهما وكان الابعاد متساويه والخطان لايتضايقان ولايتسعان . فيسمى هذان العمودان المتحاذيين .

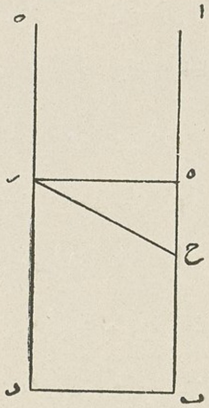
الشكل الرابع — وهو (لب) من الاصول. — سطح (اب حـ د) زواياه قائمه [ش٧] فاقول ان (ا ب) مثل (حـ د) و (ا د) مثل (ب حـ). برهانه: ان لم يكن (ا ب) مثل (حـ د) فيكون احدهما اعظم فليكن (د حـ) اعظمهما و نفصل (د ه) مثل (ا ب) و نصل (ا ه) فيكون الزاويه (ب ا ه) مثل زاويه (د ه ا) و (باه) اصغر من قائمه و (د ه ا) اعظم من قائمه. لانها خارجه عن مثلث (ا ه حـ) فيكون اعظم من زاوية (حـ) القائمه هذا محال. فخط (اب) مثل (د حـ) و ذلك ما اردنا ان نبين



[ش ٧]

الشكل الخامس — وهو (لحـ) من الاصول . — خطا (ا ب) و (د حـ) متحاذيان. فاقول ان كل خط يكون عمودا على احدهما فهو عمود على الاخر.

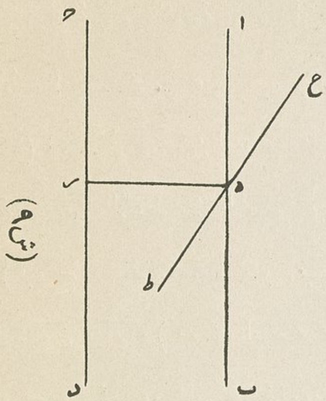
برهانه : نخرج من نقطة (ه)[ش٨]عمودا على (دح) و هو (هر). فاقول ان زاوية (ه) قائمة. برهانه ان خطى (اب)و(دح) حاصلان من عمود عليهما لامحاله كمابينا ، و هو (ب د). فان كان (ب ه) مثل (د ر) فزاوية (ه) قائمه. و ان كان احدهما اعظم فنفصل من الاعظم مثل الاصغر و هو (ب ح) الذى فصلناه من (ب ه). تكون زاويه (ح) القائمه مثل (ح ر د)و هو اقل من قائمه، هذا محال .فخط(به) مثل (ر د) و زاويه (ه) قائمه وذلك ماارادنا ان نبين



[ش١٠]

الشكل السادس - وهو لد من الاصول . - كل خطين متوازيين كما حده اقليدس و هما اللذان لا يلقيان من غير شرط آخر فهما متحاذيان. مثاله: (ا ب)و (دح) [ش٩] متوازيان فاقول انهما متحاذيان .برهانه: نتعلم نقطه(ه ونخرج (ه ر) عمودعلى (د ح).فان كان زاويه(ه) قائمه كان الخطان متحاذيين . وان لم يكن قائمه فانا نخرج (ح ه) عمودا على (ه ر) فيكون (ح ه ط)و(د ر ح) متحاذيين . وخطا (ب ه ا)و(طهح) متقاطعان والبعد بين(هح)و(ها) يزداد مالا نهاية لهوالبعد بين (هح)و(در) واحد الى مالا نهاية له لايزيدو لا ينقص فلا شك ان يصير البعد بين (ها) و (ح ه) اعظم من (ه ر) الذى هو بعدالمتحاذيين فخط (ها) اذن يقطع (د ر) وقدفرضناهما متوازيين هذا محال. فزاويه (ا ه ر)ليست

باعظم من قائمه ولااصغر منها فهى ادن قائمه. فخطا(اب)و(دح) متحاذيان اذ ن و ذلك ما اردنا ان نبين .

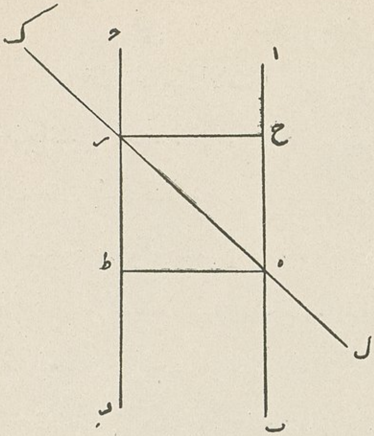


الشكل السابع - و هوله -

هذا الشكل هو نائب عن شكلى (كطول) من مقاله آ . اذا وقع خط مستقيم على خطين متوازيين فان الزاويتين المتبادلتين متساويتان والزاويه الخارجه مثل الداخله والزاويتين الداخلتين مثل قائمتين . مثاله خطا(ا ب)و(د ح) متوازيا نو قد وقع عليهما خط (كره ل) فاقول ان زاويتى (لرد)و (اهر) المتبادلتين متساويتان. [ش١٠] و زاويتى (ا ه ر) و (د ر ه) الداخلتين مثل قائمتين و زاويه (ح د ر ك) الخارجه مثل زاويه (اهر) الداخله. برهانه : انانخرج من نقطه (ه) عمود (ه ط) على (د ح) فهو عمود على (ا ب) لانهما متحاذيان. ونخرج من (ر) عمودا على (ا ب) وهو (رح). فسطح (ه ط ر ح)قائم الزوايا، فالخطوط المتقابله منه متساويه .فتكون زاويه (ح ه ر) مثل (ه ر ط)و همامتبادلتان(ح رك)و (ه ر ط)مثل (حرك) و (ح رك) مثل (ا ه ر) الداخله مثل الخارجه و (ه ر ط) مع (ه ر ح) مثل قائمتين فزاويه (ا ه ر) مع (ه ر ح) مثل قائمتين و ذلك ما اردنا ان نبين .

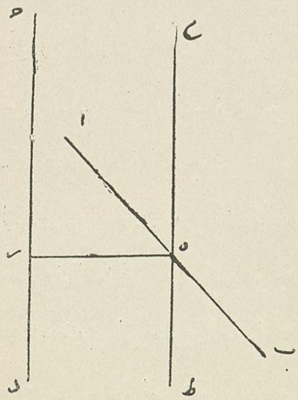
فقد بينا احكام المتوازيه من غير احتياج الى المقدمه المطلوب برهانها التى قد صادر عليها اقليدس و هذا برهانها .

الشكل الثامن ـ وهو لو. ـ خط (ه ر) مستقيم [ش ١١] و قد خرج عنه خطا (ها) و (رد) وزاويتا (اهر) و (حـ ره) اقل من قائمتين. فاقول انهما يلتقيان فى جهت (ا). برهانه: نخرج الخطين على استقامه فيكون زاويه (اهر) اصغر من (ه ر حـ) فنجعل زاويه (ح ه ر) مثل (ه ر حـ) فخطا (ح ه ط) و (د ر حـ) ومتوازيان كما بينه اقليدس فى شكل (كر) من مقاله (ا). و خط (ه ا) قطع (ح ط) فهو ادن يقطع خط (دجـ) فى جهة (ا) و ذلك ما اردنا ان نبين.



[ش ١٠]

فهذا هو البرهان الحقيقى على احكام المتوازيات و على المعنى المقصود نحوه. والحق ان تلحق هذه الاشكال بكتاب الاصول على الترتيب الذى ذكر وسقط منها اعنى من هذه المقاله ما هو داخل فى المبادى و راجع الى الحكمة الاولى. وانما اوردناه ههنا و ان كان خارجا عن نفس الصناعه لانا لم نجد بدا من ايراد تلك الفصول لصعوبة المسئله و كثرة كلام القوم فيها. فلحق بالصدر من المبادى ما ذكرنا ان الصناعه محتاجه اليه حتى تكون الصناعه متقنة فلسفيه لا تكون للناظر فيها شك و لا تخالجه ريب و حان لنا ان نختم المقاله الاولى حامدين لله تعالى ومصلين على النبى محمد و آله اجمعين.



[ش ١١]

المقاله الثانيه

فی ذکر النسبة و معنی التناسب و حقیقتهما (١)

قال صاحب الاصول فی حقیقة النسبه انها هی ابیة قدر و مقدارین متجانسین احد هما من الاخر والمتجانسان المعنیان هاهنا هما اللذان اذا صوعف احدهما مکن ان یرید علی آخر اذا کانا متفاوتین مثل الخطین والسطحین والجسمین والزمانین و بالجمله هما اللذان تقع بینهما تفاضل لان الخط والسطح لیس تقع بینهما تفاضل اذ الخط هو البعد الواحد والسطح هو البعدان والجسم هو الثلثه الابعاد والزمان هو مقدار الحرکه وهذا الاجناس تحت جنس الکمیه و هذه المعانی من صناعه(٢) الحکمة الاولی و هذا الحد او الوسم الذی اورده اقلیدس قریب من الحق اذا اخذت الفاظه وشرحت شرحا قوله هی (ابیه قدر) مقدارین انما أراد بها الاضافه الواقعه بین المقدارین من حیث ؟ هی مقدار وذلك ان کل مقدارین متجانسین فهی اما ان یکونا متساویین واما ان یکونا متفاضلین. ثم التفاضل له حدود واقسام و ذلك ان الاصغر اما ان یکون جزء من الاکبر ای یعده و یستغرقه عند الاضافه و اما ان یکون اجزاء و اما ان یکون علی وجه آخر ومن خواص الکم اعتبار التساوی و غیر التساوی فیه فالنسبه هی نفس ذلك الاعتبار عند اضافه المتجانسین و اعتبار امر آخر مقرون به و هو مقدار تلك النسبه من حیث هی نسبةٌ مقداریه وهذا فی العددیات اظهر و اول ما وجد هذا المعنی اعنی النسبه وجد فی العددیات و ذلك انهم اعتبروا الاعداد المضافه بعضها الی بعض فصادفوها اما متساویه و اما غیر متساویه و هذا من خواص الکم. ثم اعتبروا غیر المتساوی فصادفوا الاصغر اما ان یعد الاکبر

---

(١) کان فی نسخه الاصل اسه قدر و مقدارین

(٢) و هذا ایضاً کان فی الاصل حکیم الاول

مثل الثلثه للتسعه . ثم طلبوا كمية عد الثلثه للتسعه فوجدو هاثلثه و كانت الثلثه تعدد التسعه ثلث مرات فاشتقوا من هذا المعنى اسما بحسب اللغات فقالوهو الثلث فالنسبة بين الثلثه والتسعه هى الثلث و هى اعتبار التساوى و غير التساوى مقرونا باعتبار آخر كما بينا والنسبه بين التسعه والثلثة هى الثلثة الاضعافيه ولم تشتقوا لهذا اسما واقتصرو على الاول وذلك الى واضع اللغه و اما ان لا يعد الاكبر مثل نسبت الاثنين الى السبعه وفرقوها بالاخر التى بعد السبعه والاثنين معا فلم يصادفوا عدد آخر بل وجدوا الواحد فقالوالنسبة الاثنين الى السبعه شبعتين ثم برهنوا على ان الاعداد الاصاغر تكون من الاكابر اماجزء واما اجزاء ولما وجدوا للعدد يجانس المقدار لاقسامهما جميعا تحت جنس الكم فطلبوا هذا المعنى ايضاً فى المقادير فوجدوا فيها مع هذين القسمين قسما آخر و ذلك ان المقادير غير مركبه من الاجزاء التى لايتجزى وليس لانقسامها نهايه محدوده كما للعدد فان للعدد مركب من اجزاء لايتجزى و وهى الوحدات و كل عددين متفاضلين يفضل من الاكبر جميع اضعاف الاصغر و بقيت فضله اقل من العدد الاصغر ثم يفضل من الاصغر جميع اضعاف الفضله فيبقى منه فضله اقل من الفضله الثانيه ولايزال يفعل هكذا فلابد من ان تبلغ الى فضلة تعد الفضله التى قبلها اوالواحد و ذلك ان العددين متناهيان مفروضان و هما مركبان من الاحادالتى لاينقسم وقولنا مركب فى ترسيم العدد هو لاضطرار اللفظلان معنى التركيب والكثره والجمع والعدد كلها واحد وقد اورد قدرا من هذا فى اول السابعة من كتابه و انت يمكنك ان تعرفه بادنى تامل و اما المقادير فانها غير مركبه من اجزاء لا

يتجزى و ليس لا نقسامها حد محدود فليس يلزم فيها هذاالمعنى في كل حال و ليس يجب ان يبلغ لا محاله الى الواحد اذلا وحدة فيها و لا الى فضله بعدالتى قبلها ثم ان كان هذالمعنى و اصنافها فلا يعرفه الا بالبرهان وقداطنب فيها اقليدس في عاشرة كتابه ولا حاجةلنا اليها في هذالبيان اصلا و اذاكان كذالك فليس كل مقدارين ملزم باضطرار ان يكون الاصغر اما جزامن الاكبر واماالاجزاء بل يجوز ان يكون على ضرب آخر غير عددى بل خاص بالمقادير فان قال انه لايكون هذالقسم الثالث اصلا بل هو هذا من القسمان العدديان فنجيب فنقول لا يضرنا ان نعتبر احكام النسبه والتناسب في المقادير من هذه الوجوه الثلثه ثم ان كانت القسمه ملغاة بالبرهان فلاعتب علينا و ان لم يكن ملغاة فتكون قدتقدمنا و استوفينا جميع الاقسام وهذا و يطلع منه على اسرار منطقيه عميقه جدا فافهمه.

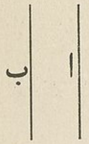
ثم ذكر التناسب فقال هو اشتباه النسب وهذا بحسب اللغة كلام حسن الا انه عدل عن حقيقة التناسب في شرح هذااللفظ عدولا خارجا و ذلك انه قال اذاكانت اربعة مقادير متجانسه واخذت للاول والثالث اضعاف متساويه وللثاني والرابع اضعاف كانت الى مالا نهاية له و قيست فان كانت الا ضعاف الاول زائده على اضعاف الثانى كانت اضعاف الثالث زائده على اضعاف الرابع و ان كانت مساويه لها فهى مساويه لها ايضا و ان كانت ناقصه عنها فهى ناقصه عنها اذا قيست على الولا فيقال نسبة الاولى الى الثاني كنسبت الثالث الى الرابع وليسم متناسبه وهذا ليس ينبئى عن التناسب الحقيقى الاترى ان سائلا لو سئل و قال اربعه مقادير متناسبه التناسب الاقليدسى والاول نصف الثاني فهل يكون الثالث نصف الرابع ام لا فكيف

يمكن البرهان على ان الثالث يكون ايضا نصف الرابع بطريقه اقليدس فان اجيب و قيل انه يجب ان يكون الثالث نصف الرابع اذا كان الاول نصف الثانى لمكان التناسب فاى برهان على ان الذى ذكر اقليدس من لوازم التناسب الحقيقى وقال اكانت اذا اربعه مقادير و اخذت الاضعاف على هذه الصفه و كانت اضعاف الاول زايده على اضعاف الثانى ولم يكن اضعاف الثالث زائده على اضعاف الرابع قيل ان نسبة الاول الى الثانى اعظم من نسبة الثالث الى الرابع فهذا كلام الرجل فى التناسب و نحن نسمى هذه التناسب المشهور و نتكلم فى التناسب الحقيقى والمقاله لخامسه كلها فى التناسب المشهور و مرجعه به حسب ذالك التناسب فليسلم تلك المقاله و لنلحق ما نقوله فى التناسب الحقيقى باحرها فانا عما قليل نبرهن ان هذا التناسب المشهور لازم للتناسب الحقيقى فيكون لوازم التناسب المشهور اذن من لوازم التناسب الحقيقى من التركيب والتفصيل والابدال والعكس و غيره مما ذكره اقليدس وما ضمن كلامه بالقوه اقوال وحقيقه النسبة المقداريه قد تصورتها و ذلك ان كل مقدارين اما ان يكون احدهما مساويا لاخرا ولا يكون وغير المتساوى اما جزء من الاخر واما اجزا و هذه الثلثه هى النسبة العدديه و اما ان يكون على ضرب آخر خاص بالهندسه كما قد بيناه فيما تقدم و اذا كانت اربعه مقادير وكان الاول مساويا للثانى والثالث مساويا للرابع اوكان الاول جزا من الثانى والثالث ذالك الجزء بعينه من الرابع اوكان الاول اجزاء من الثانى والثالث تلك الاجزاء بعينها من الرابع فان نسبة الاول الى الثانى كنسبة الثالث الى الرابع لامحاله وهذا النسبه عدديه ثم ان لم يكن على هذه الوجوه الثلثه بل فضل من الثانى جميع اضعاف الاول حتى بقيت فضله اقل من الاول

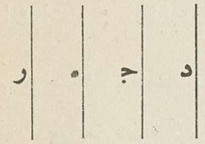
و كذالك فضل من الرابع جميع اضعاف الثالث حتى بقيت فضله اقل من الثالث وكان عدد اضعاف الاول فى الثانى مثل عدد اضعاف الثالث فى الرابع ثم نفصل جميع اضعاف فضله الثانى من الاول حتى بقيت فضله اقل من فضله الثانى و كذالك فضل جميع اضعاف فضله الرابع من الثالث حتى بقيت فضله اقل من فضله الرابع فكان عدد اضعاف فضله الثانى مثل عدد اضعاف فضله الرابع و كذالك يفضل من فضله الثانى جميع اضعاف فضله الاول ويفصل من فضله الرابع جميع اضعاف فضله الثالث فكان عددهما واحدا و كذالك يفضل جميع اضعاف الفضلات بعضها من بعض على الولا كما بينا فكان عدد كل فضله من الاول والثانى مثل عدد نظيرها من الثالث والرابع الى مالا نهاية له فان نسبت الاول الى الثانى كنسبة الثالث الى الرابع لامحاله و هذا هو التناسب الحقيقى فى الضرب الهندسى واما النسبة العظمى والصغرى الحقيقيه فكما تقول اذا كانت اربعه مقادير و كان الاول مثل الثانى والثالث اصغر من الرابع اوالاول اعظم من الرابع اوالاول جزء من الثانى والثالث جزء آخر اصغر من ذالك الجزء من الرابع او اجزاهى باسرها اصغر من ذالك الجزء اوالاول اجزا من الثانى والثالث جزءا آخر اصغر من تلك الاجزاء من الرابع اواجزا هى تاسرها اصغر من تلك الاجزاء فان نسبة الاول الى الثانى اعظم من نسبة الثالث الى الرابع وانما اقتصرنا على الجزء الاخر وتركنا الاضعاف تخفيفا و بعضها ينوب عن بعض و حكمها عند العكس واحد لايتغير منه شيئى اعنى اذا كان الاول اضعاف الثانى و الثالث اضعاف الرابع فقد علمت حكم نظاهر هذا الاجزاء من الاضعاف فى هذا وفى التناسب الحقيقى واحد و هذ النسبه عدديه و اما الهندسى فاذا فضل جميع

اضعاف الاول من الثانى و بقيت فضلة وجميع اضعاف الثالث من الرابع وبقيت فضلة وكان عدد اضعاف الاول اقل من عدد اضعاف الثالث او كان هذا العدد مساويا لذلك لكن فضل جميع اضعاف فضلة الثانى من الاول حتى بقيت فضلة وفضل جميع اضعاف فضله الرابع من الثالث حتى بقيت فضله فكان عدد اضعاف فضله الثانى اكبر من عدد اضعاف فضله الرابع اوهذا العدد ايضا مساويا لذالك العدد : لكن اذا فضل جميع اضعاف فضله الاول من فضله الثانى فى جميع اضعاف فضله الثالث من فضله الرابع فكان عدد اضعاف فضله الاول اقل اولم يبق من فضله الثانى اومن الثانى فضلات وبقيت من فضله الرابع اوالرابع فضله فان نسبة الاول الى الثانى اعظم من نسبة الثالث الى الرابع لا محاله فى الحقيقة وبالجملة فى هذا الضرب يكون اما ان لا يبقى من الثانى ومن فضلاته فضلته واما ان يكون فضلاته اقل واما ان يبقى من الاول وفضلاته فضلة ولا يبقى من الثالث وفضلاته فضلة واما ان يكون فضلات الاول اكبر من فضلات الثالث يلزم ان يكون نسبة الاول الى الثانى اعظم من نسبة الثالث الى الرابع و لهذا المعنى تفصيل اطول من هذا يمكنك ان تعرفه بهذا القانون الذى تعلمته فافهم وبقى علينا ان نبرهن ان الذى ذكره اقليدس هو من لوازم هذا ثم من المقدمات التى يحتاج ان تسلم هى ان كل مقدار مفروض يمكن ان يكون مثل كل نسبة مفروضه اى النسب كانت و هذه المقدمه حكميه و نبينه بمثال وضعى مثاله نسبة (ا) الى (ب) مفروضه و د مفروض فاقول انه يجب ان تكون نسبت (د) عند العقل لا عند الوجود فانه سواء يكون موجودا فى الاعيان اولا يكون اذا كان الاحتياج اليه فى البراهين لاغير الى مقدار آخر كنسبة (آ) الى (ب) برهانه ليس للمقـادير فى التضعيف والتنصيف نهاية

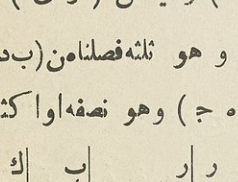
محدوده بل يمكن ان يضعف الى مالا نهاية له و كذالك يمكن ان ينصف الى مالانهاية له اذا كان كذلك فباضطرار يكون



مقدار عظيم جداً نسبة (د) اليه اصغر من نسبة (ا) الى (ب) وليكن ذلك المقدار (ه) و باضطرار يكون مقدار صغير جداً يكون نسبة (د) اليه اعظم من نسبه (ا) الى (ب) والمقادير ليس لانقسامها نهاية

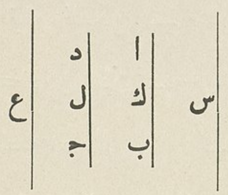


فبين (ه) و (ر) باضطرار يكون مقدار نسبة (د) اليه كنسبة (ا) الى (ب) لامانع هناك اصلا لان كل مايريد يمكن ان يفصل من (ه) و كل مايريد يمكن ان يزاد على (ر) فليكن ذلك (ح) وذالك مااردناان نبين اذا كان مقدار ان متفاصلان وفضل من الاعظم نصفه او اكبر و من الثانى كذلك ثم هكذا نفعل بالباقيات فانه سيبقى مقدار اصغر من المقدار الاصغر المفروض مثاله مقدارا (ا ب) مفروضان فاقول ان الحكم فيهما كما ذكرنا برهانه انا نضعف (آ) حتى تصير اضعافه اكثر من (ر د) و ليكن (ر ى) و فيه من امثال (ا) (ر ح) (ح ط) (ط ى) و هو ثلثه فصلنا من (ب د) (د ح) و هو نصفه اوا كثر و من (ح ر) (ه ح) وهو نصفه اوا كثر

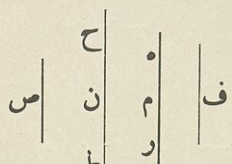


واخذنا لمقدار (و ب) اضعاف مساويه لاضعاف (ر ى) لمقدار (ا) و هو (ك ن) و اضعافه (د ل) (ل م) (م ن) فمقدار (ت ه) ليس ليس باعظم من (ح ه) و (ح ه) ليس باعظم من (ح د) بل اصغر منه بكثير فمقدار (ب د) اعظم من ثلثه اضعاف (ب ه) و ثلثه اضعاف

(ك ن) فمقدار (ك ن) اصغرمن (ب د) و (ر ى) اعظم من (ب د) (فرى) اعظم من (ك ن) و نسبة (ر ى) الى (ك ن) بالنسبه المشهور كنسبة (ا) الى (ب ه) فمقدار (ا) اعظم من (ب ه) و ذلك ما اردنا ان نبين و هذا هوالشكل الاول من المقالةالعاشره من كتابالاصول ولم يحتج فى برهانه الا الى المقاله الخامسه فحسب فنقلناه الى هذه الموضع لاحتياجنا فى هذه البراهين اليه وليكن اقليدس ذكرانه يفصل من الاكبر اعظم من نصفه ولم تقل يفصل منه مثل نصفه او اكثر منه حتى تكون الدعوى اعم ومن العجب انه قد استعمل هذا الشكل فى شكل (بج) من مقاله (بت) وقال اذا فصل من الاكثر مثل نصفه ومن الباقى مثل نصفه ولو كانت دعواه ههنا هكذا لكان انفع له فى ذالك الموضع فتامل اذا كانت اربعه مقادير متناسبه بالنسبةالحقيقه ونسبةالاول الى الثانى نسبة عددية فاقول

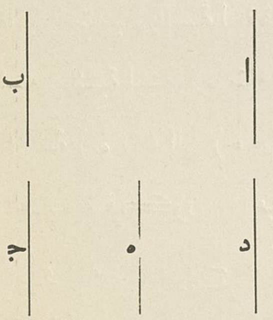


انها متناسبه بالنسبةالمشهوره مثاله نسبة(ا ب) الى (د ج) كنبة (ه ر) الى (ح ط) بالنسبهالحقيقه والنسبة عدديه فيكون (ا ب) الى مساويه (ا د ج) و (ه ر) (ا ح ط) ونأخذالاول والثالث اضعافاً متساويه



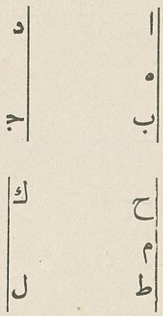
اىالاضعاف كانت وهما (ع) (ص) و ا ب) مثل (د ج) فاضعاف (ع) (ا ا ب) مثل اضعاف(ص)(ا ه ر) (ف س) (ف) امازائدان معاً على(ع)(ص) واما مساويان معاً لهما واما ناقصان معاً منهما فنسبه(اب) الى(د ج) كنبه(ه ر) الى (ح ط) بالنسبة المشهوره وان كان اب جزءا من (د ج) فنقسم (د ج) . بامثال (اب) وهى (دل) له و كذلك اقسام (ح ط) هى (ح ن)

(ن ط) فاضعاف (ع) ا (د ج)مثل اضعاف (ص) ا (ح ط) واصعاف (دج) ا (اب)اعنى (د ل) كاضعاف (ح ط) ا (ه ر) اعنى (ح ن) فيكون اضعاف (ع) ا (اب) مثل اضعاف (ص) ا (هر) وآل الامر الى القسم الاول فالمقادير متناسبه و ان كان (اب) اجزا من (دج) فنقسم (اب) باجزاء (د ج) و هى (اك) (كب) و كذلك اقسام (هر)هى (ه م) (مج) فبالبيان المتقدمه يكون اضعاف (س) ا (اك) مثل اضعاف (ف) ا (ه م) و كذلك يكون اضعاف (ع) ا (اك) مثل اضعاف ص ا (ه م)وال الامر الى الاول فالمقادير متناسبه بالنسبه المشهوره وذلك ما اردنا ان نبين (وعكس) هذا الشكل و هو ان مقادير (اب) (دج) متناسبه بالنسبة المشهوره ونسبة (ا) (ب) نسبة عدديه بالنسبه الحقيقه فاقول انها متناسبه بالنسبة الحقيقه برهانه . ان لم يكن نسبه آ الى (ب) كنسبه (د) الى (ج) بالنسبه الحقيقه فليكن كنسبه (د) الى (ه) فيكون اذن نسبه (ا) الى (ب) كنسبه (د) الى (ه) بالنسبه المشهوره ونسبة (ا) الى (ب) المشهوره كنسبه (د) الى (ج) فنسبه (د) الى (ج)

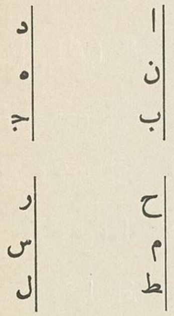


كنسبه (د) الى (ه) بالمشهوره كما بين فى الخامسه و نسبة (د) الى (ج) و الى (ه) واحدة بالمشهور فيكون (ج) مثل (ه) فنسبه (ا) الى (ب) كنسبه (د) الى (ج) بالحقيقه وذلك ما اردنا ان نبين نسبه مقدار (اب) الى مقدار (دج) بالمشهور كنسبه (حط) الى (كل) و نسبة (ا ه)الى (دج) بالمشهور كنسبه (حم) الى (كل) فاقول ان نسبة (هب) الى (دج) كنسبه

(م ط) الى (كل) بالمشهور برهانه نسبة (اب) الى (د ج) كنسبه (ح ط) الى (كل) و نسبة (د ج) الى (اه) كنسبه (ك ل) الى (ح م) ففى نسبة المساوات نسبة (اب) الى (اه) بالمشهور كنسبة (ح ط) الى (ح م) فيكون نسبة (اب) الى (ه ب) كنسبه ح م (الى) (م ط) بالمشهور وبالعكس نسبة (ه ب) الى (اب) كنسبه (م ط) الى (كل) و نسبة (اب) الى (د ج) كنسبه (ح ط) الى (كا) ففى نسبة المساواه نسبة (م ط) الى (كل) كنسبه (ه ب) الى (د ج) وذالك ما اردنا ان نبين وقد برهن اقليدس على عدة اشياء فى المقاله الخامسه غير محتاجه الى البرهان وهو قوله : نسبة المقدار الواحد الى المقدارين المتساويين واحدة وقد بيناها وقوله اذا كانت نسبة الاول الى الثانى كنسبة الثالث الى الرابع و نسبة الثالث الى الرابع كنسبه الخامس الى السادس فنسبة الاول الى الثانى كنسبة الخامس الى السادس وهذا لايحتاج الى برهانه لان نسبة الاول الى الثانى اذا كانت هى بعينها نسبة الثالث الى الرابع و كانت نسبة الثالث الى الرابع هى بعينها نسبة الخامس الى السادس لزم ان تكون نسبة الاول الى الثانى هى بعينها نسبة الخامس الى السادس باضطرار ولكن اقليدس لما عبر عن التناسب بلازمه لا بنفسه امكن ان يكون الشك يعترض فى ذلك اللازم و اما فى النسبة الحقيقيه فلا نسبة مقدار (اب) الى مقدار (د ج) كنسبه مقدار (ح ط) الى مقدار (كل) بالمشهور و ليست نسبة (اب) الى (د ج) نسبة عدديه فاقول انها متناسبه بالتحقيق برهانه : ان لم تكن متناسبه فتكون نسبة احدهما اعظم من الاخر فليكن نسبة (اب) الى (د ج) اعظم من نسبة (ح ط) الى (كل) فنفصل

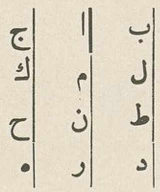


من (دج) جميع اضعاف (اب)و هو (هج) ونفصل من (كل) جميع اضعاف (حط) و هو (زل) فان كان عدد هما متفاضلين فليكن عدد (زل) اكثر لان النسبة الصغرى فى جنبه (حط) (كل) فنفصل من (زل) من اضعاف(حط) مثل عدد (هج) وهو (سل) فيكون نسبة (اب) الى (هج) كنسبه (حط) الى (سل) فيبقى نسبة (اب) الى (ده) كنسبه (حط) الى (كس) و (اب)اعظم من (ده) و (حط) اصغر من (لس) هذا محال



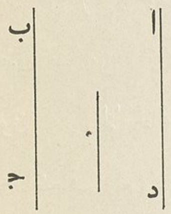
فعدد (زل) مثل(هج) فيبقى نسبة (ده) الى (اب) كنسبه (زل) الى (حط) فنفصل جميع اضعاف(ده) من(اب) وهو (بن) ويفصل جميع اضعاف(زل) من حط وهو (مط) فان كان عدد (بن)مثل عدد (مط) و الافيكون عدد (بن) اكثر لان النسبه العظمى فى جنبة (اب) (دج) وقدبينا احكامها فى صدر المقاله ثم اذاكان عدد (بن) اكثر لزم المحال المقدم فيجب ان يكون عدد (بن) مساويا لعدد (مط) و كذلك يجب فى عدد جميع الفضلات ولكن فرضنا ان نسبة(اب) الى (دج)اعظم من نسبة (حط) الى (كل) فلابد من ان يحصل شيئى من خواص النسبه العظمى وهو ان يكون عدد فضلات (دج) اقل من عدد فضلات(كل) وهو محال او يكون عدد فضلات (اب) اكثر من عدد فضلات (حط)وهو محال ايضا فليس نسبة (اب) الى (دج) اعظم من نسبة (حط) الى(كل)وذلك ما اردنا ان نبين و اعلم ان كون نسبة المقدار الواحد الى المقدارين المتساويين نسبة واحده و كون نسبة كل واحد من المقدارين المتساويين الى المقدار الواحد نسبة واحده فغير محتاجين الى البرهان ولكن اذا كانت

نسبة كل واحد من مقدارين الى مقدار واحدنسبة واحـده كان المقداران متساويين فمحتاج الى برهان و كذلك اذا كانت نسبة مقدار واحـد الى مقدارين نسبه واحدة كان المقداران متساويين يحتاج الى برهـان مثاله : نسبة مقـدار (ار) الى (جه) كنسبة الى (ب د) بالتحقيق فاقول ان (ب د) (جه) متساويان برهانه : ان لم يكونا متساويين فاحدهما اعظم و هو (ب د) وليكن (ار) اصغر من كل واحد منهما فرضا فانه ان كان اعظم كان البرهان واحدا و كذلك فى جميع الاشكال المقدمه فنفصل من (جه) جميع اضعاف (ار) وهو (حه) و كذلك يفضل جميع اضعاف (ار) من (ب د) وهو (طد) فيكون (حه) مثل (طد) فيكون (لط) اعظم من (جح) وفضله عليه بمقدار فضل (رد) على (جه) ويفضل من (ار) جميع اضعاف (جح) وهو (نر) و يفضل ايضا من (ار) جميع اضعاف لط وهو (مر)



فيكون (مر) لامحاله اعظم من (نر) لان عدد الاضعافين متساويين ويفضل جميع اضعاف (ام) من (بط) فيبقى (ب) ويفضل جميع اضعاف (ان) من (جح) يبقى (جك) فيكون (ب ل) اعظم من (جك) وفضله عليه اعظم من فصل (در) على (جه) لان فصل (بط) على (جه) مثل فضل (ب د) و (ام) اصغر من (ان) فيكون (طل) اصغر من (كح) فيبقى فضـل (ب ل) على (جك) اعظم من الفضل الاول و كذلك فى الكثره الاخرى من الفضلات يكون الفضل من (ب د) اعظم من فضله (جك) واعظم من الفضلة المتقدم وهكذا تكون كل فضله اعظم مما قبله الى مالا نهايه له وليكن (دد) مقـدار فضله على (جه) مقدار اصغر منه و يفصـل من (ب د) اعظم من نصفه و هو (طد) و كذلك

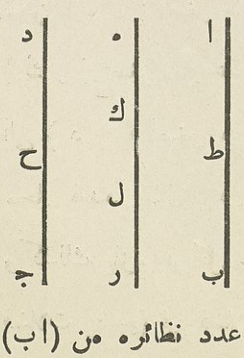
من (لط) اعظم من نصفة و هو(ط ل) و كذلك (هر) هكذا يفضل من الباقى اعظم من نصفه الى مالا نهاية له فيبقى مقدار اصغر من فضل (اد) على (جه) وقد بينا ان الفضلات الى الزياده اعنى كل فضله وهو هذه الباقيات من الفضل المذكور يكون اعظم من الفضله المتقدمه ويكون اعظم من فضله (له) بكثير فى كل مرة اذا كان (اد) اعظم من (جه) الى مالانهاية له هذا محال فليس (لح) اعظم من (جه) والاصغر فهو مثله وذلك ماارد ناان نبين و هكذا عكسه بمثل هذا البرهان نسبتهما اليه واحدة يجب ان تكونا متساويين نسبة (آ) الى (ب) بالتحقيق كنسبة (د) الى (ج) والنسبة غير عدديه فاقول ان نسبة (آ) الى (ب) يكون اذن كنسبه د الى (ج) بالمشهور برهانه : ان نسبة (آ) الى (ب) كنسبه (د) الى (ه) بالمشهور فقد بينا ذالك ان هذا الحكم يستمر فى كل مقدار



وان كان يوجد بقانون صناعى فى الاعيان فيكون نسبة (ا) الى (ب) كنسبة (د) الى (ه) بالتحقيق فيكون اذن نسبة د الى (ه) كنسبة (د) الى (ج) بالتحقيق فهما متساويان فالمقادير متناسبة بالمشهور وذلك المطلوب ولماذكرنا احكام التناسب الحقيقى وبينا ان التناسب المشهور بحسب ماذكره اقليدس من لوازمة اعنى كل متناسب بالمشهور فهو متناسب بالحقيقه و كل متناسب بالحقيقه فهو متناسب بالمشهور فلنذكر الان احكام عظم النسبة وصغرها . الحقيقتين اذا كانت نسبة الاول الى الثانى كنسبة الثالث الى الرابع بالتحقيق فتكون تلك النسبة هى بعينها هذه النسبه ونسبة الثالث الى الرابع اعظم او اصغر من نسبة الخامس الى السادس فتكون نسبة الاول الى الثانى اعظم من نسبة الخامس الى السادس بالتحقيق لا يحتاج الى برهان واقليدس انما برهن

عليه لانه اخرج المعنى من الحقيقة و عدل عن حقيقة ذات الشئى الى لازم له غير ظاهر بل ذى وسط يحتاج فى معرفة اللزوم الى برهان و كذلك اذا كان مقداران متفاضلان فان نسبة مقدار آخر الى الاعظم بالحقيقة اصغر من نسبة ذلك المقدار بعينه الى المقدار الاصغر و كذلك نسبة الاعظم الى ذلك المقدار المفروض بالحقيقة اعظم من نسبة المقدار الاصغر الى ذلك المقدار بعينه لايحتاج الى برهان اصلا و اقليدس برهن عليه لانه عدل عن حقيقة النسبة العظمى الى المشهور و اما اذا كانت نسبة مقدار مفروض الى احد المقدارين المفروضين اعظم من نسبة ذلك المقدار بعينه الى المقدار الاخر من المقدارين المفروضين بالحقيقه فمحتاج الى برهان و كذلك عكسه يحتاج الى برهان .

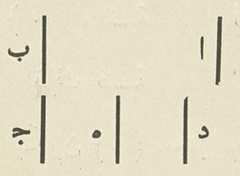
ايضا مثاله مقدار (ا ب) (د ج) مفروضان و مقدار (ه ر) مفروض ونسبة (ه ر) الى (ا ب) اصغر من نسبته الى (د ج) فاقول ان (ا ب) اعظم من (د ج) برهانه : ان لم يكن (ا ب) اعظم من (د ج) فهو اما ان يكون مساويا له فيلزم اذن ان يكون نسبة (ه ر) الى (ا ب) كنسبة (ه ر) الى (د ج) وليس كذلك اذن فليس بمساو له واما ان تكون اصغر منه و قد فرضنا ان نسبة (ه ر) الى (اب) اصغر من نسبة (ه ر) الى (د ج) فيجب اذن ان يكون عدد بعض فضلات (ه ر) لفضلات (ا ب) اعظم من عدد نظائره من (ه ر) لنظائره من (د ج) او يكون عدد



بعض فضلات (د ج) لفضلات (ه ر) اعطم من عدد نظائره من (ا ب)

لنظائره من (ه ر).لان هذا هو من خواص عظم النسبه و صغر ها او
خاصية اخرى من خواصها يمكنك ان تعرفها بادنى تامل و خصوصا اذا
تحققت ما نورده هيهنا و نفرض هيهنا (ه ر) اصغر من كل واحد منهما
لانه ان كان اكبر منهما او مساويا لاحدهما و اصغر و اكبر من الاخر
فان البرهان واحد و فى بعض الوجوه اسهل يمكن ان تعرف بادنى
تامل و يفضل جميع اضعاف (ه ر) من (ا ب) يبقى الفضله (ا ط)
و كذلك يفضل جميع اضعاف (ه ر) من (د ح) يبقى الفضله (د ح)
(فح ج) مثل (ب ط) و ان لم يكن يلزم ان يكون (ب ط) اعظم
من (ح ج) لان عظم النسبة فى جنبة الا ان (د ج) اعظم من (ا ب)
هذا محال (فح ج) مثل (ب ط) فيكون (د ح) اعظم من (ا ط)
و يفضل جميع اضعاف (د ط) من (ه ر) تبقى الفضله (ه ك) ويفضل
جميع اضعاف (اط) من (هر) تبقى الفضله ويجب ان يكون عدد الفضلات
فى هذا ايضا مساويا و الا لزم المحال الاول لانه ان لم يكن عددالفضلات
متساويا كان متفاضلا و ان كان عدد امثال (ح د) فى (ك ر) اعظم من
عدد امثال (ا ط) فى (ل ر) يكون (ك ل) اعظم من (ا ط) و
لكن (ه ل) اصغر منه هذا محال و ان كان عدد امثال (د ح) فى
(ك ر) اصغر من عدد امثال (ا ط) فى (ل ر) كانت نسبة (ه ر)
الى (د ج) اصغر من نسبته الى (ا ب) وقد فرضنا بخلاف هذا هذا
محال فعدد امثال (د ح) فى (ك ر) مثل عدد امثال (ا ط) فى(لر)
و كذلك يلزم فى كل فضله هذ المعنى بعينه و هو ان يكون عدد امثال
فضلات (د ج) في فضلات (ه ر) مساويا لعدد فضلات (ا ب) فى(ه ر)

وكذلك عدد امثال فضلات (ه ر) فى (د ج) يكون مساويا لعدد امثال فضلات (ه ر) فى (ا ب) و الا يلزم المحال المذكور ولايزال تكون الفضلات الباقيه من (ه ر) بعد اسقاط فصلات (د ج) منها اصغر من فضلات (ه ر) بعذ اسقاط فضلات (ا ب) من (ه ر) اعنى نظائرها ويكون فضلات (د ج) بعد اسقاط فضلات (ه ر) منها اعظم من فضلات (ا ب) بعد اسقاط فضلات (ه ر) منها اعنى النظائر و هذا خلاف المطلوب و ذلك ان نسبة (ه ر) الى (ا ب) اصغر من نسبة (ه ر) الى (د ج) هذا محال فليس (د ج) باعظم من (ا ب) ولامساويا له فهو اذن اصغر منه و ذلك ما اردنا ان نبين و لهذا الشكل اختلاف و قرعات و اصعب اضعافه ما اتينابه و باقيها يمكن ان تستنبط بقوة هذا فتركنا تبرما بالتطويل و الجيد الحدس الثاقب الراى اذا عرضت عليه تلك الاضعاف تفطن لبراهينها بقوه ما ذكرنا بادنى مدة و كذلك ساير الاشكال التى قبله لا يخلو عن اختلاف وقوع واختلاف اوضاع وسبيله هذا السبيل حتى تعلمه و اكثر الاشكال الهندسيه لا يخلو عن اختلاف وقوع و من الناس من يتكلف تطويلات يخلو يخرج التصنيف عن وزنه و قدره و ما هو الا تكلف وتعسف بارد وثابت قد صرف عنه صفحا لهذا السبب نسبة مقدار (ا) الى مقدار (ب) اعظم من نسبة مقدار (د) الى مقدار (ج) بالمشهور فاقول انها اعظم منها بالتحقيق .



ايضا برهانه : ان لم يكن فهى مثلها او اصغر منها فان كانت مثلها كانت نسبة (ا) الى (ب) بالمشهور كنسبة (د) الى (ج) و قد قلنا

انها اعظم منها هذا محال و ان كانت اصغر منها فيقدر ان نسبة (ا) الى (ب) كنسبة (د) الى (ه) بالحقيقة فنسبه (د) الى (ه) اصغر من نسبة (د) الى (ج) فيكون (ج) اعظم من (د) بالحقيقة كما بينا فى الشكل المتقدم و نسبة (ا) الى (ب) كنسبة (د) الى (ج) فى المشهور فنسبة (د) الى (ج) بالمشهور اعظم من نسبة (د) الى (ه) فيكون (ج) اصغر من (د) و قد كان اعظم منه هذا محال فليست نسبة (ا) الى (ب) اصغر من نسبة (د) الى (ج) فهى اذن اعظم منها وذلك ما اردنا ان نبين وعكس هذا الشكل نسبة مقدار (ا) الى (ب) بالحقيقه اعظم من نسبة (د) الى (ج) فاقول انها بالمشهور كذلك فان لم يكن فلا يجوز ان تكون النسبه مثل النسبه و الا لزم المحال المذكور فليكن نسبة (ا) الى (ب) أصغر من نسبة (د) الى (ج) بالمشهور و نقدر ان نسبة (ا) الى (ب) بالمشهور كنسبة (د) الى (ه) فنسبة (د) الى (ه) اصغرمن نسبة (د) الى (ج) فيكون (ه) اعظم من (ج) و نسبة (ا) الى (ب) بالمشهور كنسبة (د) الى(ه) فنسبة (د) الى (ه) اصغر من (د) الى (ج) فيكون (ه) اعظم من (ج) و نسبة (ا) الى (ب) بالمشهور كنسبة (د) الى (ه) فبالحقيقه كذلك فنسبة (د) الى (ه) بالحقيقه اعظم من نسبة (د) الى (ج) فيكون (ه) اصغر من (ج) و قد كان اعظم منه هذا محال فنسبة (ا) الى (ب) بالمشهور اعظم من نسبة (د) الى (ج) و ذلك ما اردنا ان نبين .

فقد بينا ان ما ذكر اقليدس من توسيم عظيم النسبة وصغره هى

من لوازم عظيم النسبة و صغرها الحقيقين وهو ان كل نسبة عظمى بالمشهور فهى ايضا عظمى بالحقيقه و كذلك الصغرى و عكسه ان كل نسبة عظمى بالمشهور و كذلك الصغرى و باقى الاحوال من التركيب و التفصيل و الابدال و العكس و نسبة المساواه و غير ذلك من الاحكام التى ذكرها اقليدس فى صدر المقالة الخامسه و فى ضمنها و ما يتعلق بها وماتبرهن بها من غير احتياج الى غيرها فكلها من لوازم النسبة الحقيقه و لوازم التناسب الحقيقى و كذلك النسبة العظمى و الصغرى و اما تاليف النسبه و تفصليها فغير محتاج اليها فى المقالة الخامسه بل الاحتياج اليها فى المقالة السادسه و سنستوفى الكلام عليها فى المقالة الثالثه لهذه الرساله بحمد الله و حسن توفيقه تمت المقالة الثانيه و الله المحمود

المقالة الثالثه

فى تاليف النسبه و تحقيقه

قد ذكرنا فى اول المقالة الثانيه حقيقة النسبه الكميه و معناها و قلنا هناك ان النسبه هى اضافة بين المقادير من حيث هى مقادير مقرونه بامر آخر و ذلك الامـر هى مقدار التفاضل بينهما على وجه معلوم لايشاركها فيها غير ها و اطنبنا فيها و استأنفنا الكلام فى تاليف النسبه قال اقليدس اذا اخذت نسبتان و ضوعف بعضا ببعض فعلت نسبة ماقتلك النسبه هى مؤلفة من تينك النسبتين ضوعت احديهما فى الاخرى و قال فى صدر المقالة الخامسه على سبيل المصادره من غير برهان ان كل ثلثه مقادير متجانسه فان نسبة الاول الى الثـالث مؤلفه من نسبة الاول الى الثانى و من نسبة الثانى الى الثالث و قال ان كل ثلثه مقاديرمتناسبه فان نسبت الاول الى الثالث ضعف نسبة الاول الى الثانى وكذلك اذا كانت اربعة مقادير وخمسة مقادير على هذا القياس و هذه قضيه عظيمه ويجوز ان تكون مقدمه لامور عظيمه الا ببرهان هندسى شاف امـا ماذكره من تضعيف النسبه فهو ان نسبة ثلثه الى خمسه معناها ثلثه اخماس واحد و ذلك انـه يفرض مقدار واحـد اى يفرض مقداراً و يسمى واحداً و يضاف اليه المقادير الاخر فان كل مكيل لابد من ان يكون فيه شيئى مفروض واحداً و الثانى مضاف اليه من سبل العدد فلو كانت النسبه المقداريه غير عدديه اضيف مربعه الى مربع الواحد او مربع مربعه الى ما لا نهاية له او يترك تلك النسبه مجهوله من حيث الكيل اذلايوجد سبيل الى ادراك كمية اصلا مضافه الى ذلك الواحدالمفروض

ولست اقول ان النسبة المقداريه يجب ان تكون مكيله حتى تكون معلومه بل اقول انه لابد من ان تكون كل نسبة مقدار بحيث يمكن ان نفرض مقدارا من ذلك الجنس واحدا فيكون اذن نسبة ذلك المفروض الى مقدار آخر معقول مثل تلك النسبة المفروضه و ليس يجب ان يكون ذلك المقدار مفقودا لكونه مفقودا فى الاعيان بسبب عجزنا عن الوقوف على قانون صناعى به يمكن استخراجه و كثيرا ما تكون هذه النسبه مجهوله من جهة العدد معلومه من جهة الهندسه و لكن لاضير لنا من ذلك بعد تحقيقنا ان النسبة المقداريه يقترن بشيئى عددى او فى قوة العدد ثم النظر فى ان النسبة المقداريه هل يتضمن العدد فى ذاتها او يلازم العدد او يلحقه العدد من خارج ذاته بسبب امر آخر و يلحقه العدد بسبب للازم ذاته من غير احتياج الى حكم خارج فذلك نظر حكمى ليس للمهندس تعاطيه اصلا لكن يجب ان يعرف ان الكلام فى تاليف النسبة منها هو من حيث اقتران معنى العدد و الواحد بها اما بالقوه و اما بالفعل و اما كيف ذلك الاقتران و هو على احد الوجوه التى ذكرنا ام لا فليس الينافى هذا البحث فافهمه و ان اقليدس احتاج الى تاليف النسبه فى الشكل الثالث العشرين من المقاله السادسه حيث اراد ان يبرهن على ان كل سطحين متوازى الاضلاع روايا متساويه و اراد بالتاليف بضعف احدى النسبتين بالاخرى ثم لم يحتج فى كتابه الى ذلك الشكل ولا الى تلك الاخرى القائله بان كل ثلثه مقادير متناسبه فان نسبت الاول الى الثالث ضعف تسبه الاول الى الثانى الا عند نسب اضلاع السطوح المتشابه واضلاع المجسمات المتشابه وهى ايضا مستغنى عنها فليت شعرى ماذالذى اخرجه

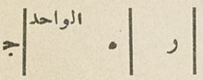
الى ذكرها تين المقدمتين و المصادرة عليها من غير برهان

و اما تأليف النسبه فى كتاب بطلميوس المعروف بالمجسطى فشئى عظيم و اعناده كثيره و فائدة جزيله الا ان بطلميوس قد صادر ايضاعلى هذه المقدمه من غير برهان و عليه بناء الشكل القطاع و على الشكل القطاع بنى اكثر علم الهيئه و خصوصا ما يقع من الاحوال و الاحكام و والهيات فى الفلك المكوكب و فلك معدل النهار فغناء هذا اعنى تاليف النسبه ليس بصغير و كذلك كتاب المخروطات لابلونيوس الذى هومقدمه عظيمه لاكثر العلوم الهندسيه وخصوصا المجسمات و بالجمله فان عظائم الامور فى عام الهيئه وعلم الهندسيات الصغار والكبار منبيه على تاليف النسبه و اما تاليف النسبه المذكوره فى علم الموسقى فانه غير هذا التالبف و انما هو التركيب و النقصان و لفظ التأليف عليهما بالاتفاق والاشتراك لا بالتواطوء الصرف واقليدس قد ذكر تاليف النسبه المعروف فى المقاله الثانيه و استعمله فى شكل كان مستغنيا عنه فى كتابه استغاؤه من- الشكل الذى ذكرنا و تركيب النسبة الذى عليه مبنى بعض اجزاء- الموسيقى فان ذلك عددى و قد اشبع القول فيه اقليدس فى المقالة- الثامنه و اما نقصان النسبه المذكور فى الموسيقى فهو بالحقيقه عند- النظر و التآمل صنف من التركيب و الطريق الى معرفتها عند الثاقب الرأى الجيد الحدس واحد و قد ذكرنا سطرا من هذا المعنى فى شرح المشكل من كتاب الموسيقى و علم العدد غير محتاج الى الهندسه و كيف يكون و هو قبل الهندسه قبلية بالذات و ليس بينهما نسبه الاان الهندسة مفتقره الى العدد و كيف لا و المثلث هوا الذى يحيط به ثلثه

خطوط فمن لم يكن عارفاً بمعنى الثلثه كيف يمكنه ان يعرف معنى الثلث فالثلثه جزء من الثلث فهو علته و قبله بالذات و النظر فى العدد غير النظر فى الهندسه و هما علمان ليس احد هما قبث الاخر و لكن الهندسه تحتاج فى بعض براهين اجزائها الى شيئى من العدد كما هو مذكور فى المقالة العاشره و ذلك عند مساحة المقادير اعنى معرفة النسبه بينهما من حيث العدد كما قد بيناه فى صدر هذه المقاله و هو ان يفرض مقدار ما واحد او يمسح به ساير المقادير التى من جنسه و هو ان يعرف كميتها من حيث النسبة الى ذلك الواحد و اقليدس انما خلط بين صناعة العدد و صناعة الهندسه لامرين احدها ليكون كتابه مشتملا على اكثر قوانين علم الرياضيات و نعم ما راى هذا و الثانى انه محتاج الى علم العدد فى المقالة العاشره و لم يرد ان يكون براهين كتابه محتاجه الى شيئى خارج من كتابه من علم الرياضيات الا انه كان من الواجب ان يقدم العدديات على الهندسيات كما عند الوجود و العقل و لكن البراهين العدديه اصعب ادراكاً من البراهين الهندسيه فقدم عدة براهين هندسيه ليرتاض نفس المتعلم و بعد ما ذكرنا هذه المعانى التى بعضها خارج من الفرض المذكور المقصود نحوه فى هذه المقاله و انما ذكرناه ليكون زيادة فى علم الاصول هذه المعانى و ليكون هذه الرساله مشتمله على اكثر ما يحتاج اليه فيها و تشويقاً للمتعلم الى الامتداد نحو معرفة اصول الصناعات و الوقوف على اصول العلوم الكلية وعلى مبادى الوجود و معرفة واجب الوجود الحق و سائر الاحوال الالهيه و امر المعاد .

نشرح فى البرهان على ما قلنا : (ا ب د) ثلثه مقادير متجانسه فاقول ان نسبة مقدار (ا) الى مقدار (د) مؤلفه من نسبة مقدار (ا) الى مقدار (ب) و من نسبة مقدار (ب) الى مقدار (د) برهانه ؛ نفرض الواحد و نجعل نسبة الى مقدار (ر) كنسبة (ا) الى (ب) و النظر فى مقدار (ر)

لا من حيث كونه خطاً او سطحاً او جسماً او زمانا بل النظر فيه من حيث كونه مجردا



فى العقل عن هذه اللواحق و من حيث تعلقه بالعدد لا عدداً مطلقاً حقيقيا لان النسبة بين (ا) و (ب) وربما كانت غير عدديه فلا يوجد عدد ان على نسبتهما و الحُسّاب اعنى المساح كثيرا ما يقولون نصف الواحد و ثلثه و غيرذلك من الاجزا والواحد لا ينقسم ولكنهم يعنون به واحدا لا مطلقاً حقيقياً منه تركبت الاعداد الحقيقيه بل يعنون به واحدا مفروضا ينقسم عندهم ثم يتصرفون فى المقادير بحسب ذلك الواحد المنقسم و بحسب الاعداد المركبه منه و كثيراً ما يقولون جذر خمسه جذر عشره و غير ذلك مما يكثر فى اثنا محاوراتهم و ضمن اعمالهم و مساحاتهم و انما يعنون به خمسه مركبه من آحاد منقسمه كما ذكرنا فيجب ان تعرف ان هذا الواحد هوذلك المنقسم و مقدار (ر) يعتبر فيه عدد كما ذكرنا اى مقداركان وقولنا نجعل نسبة الواحد الى مقدار (ر) كنسبة (ا) الى (ب) فانا لانعنى به يمكننا من ان نصنع فى جميع المقادير هذا المعنى اى يجعل مايقول بقانون صناعى بل نعنى به انه عند العقل غير ممتنع ان يكون و ليس

عجزنا عن صنع ذلك يدل على ان الامر فى ذاته ممتنع فافهم هذه المعانى و نجعل نسبة الواحد الى مقدار (ج) كنسبة (ا) الى (د) فنسبة (ا) الى (د) كنسبة الواحد الى (ج) و نسبة (ه) الى الواحد كنسبة (د) الى (ب) ففى نسبة المساواه تكون نسبته (ا) الى(ب) كنسبة (ه) الى (ج) و نسبة (ا) الى (ب) كنسبة الواحد الى(ر) فيكون نسبة (ه) الى (ج) كنسبة الواحد الى (ر) فهما اربعه مقادير متناسبه فيكون ضرب الواحد الذى هو الثالث من (ج) الذى هوالثانى كضرب (ه) الاول فى (ر) الرابع و (د) هو نسبة (ا) الى (ب) و (ه) هو نسبة (ب) الى (د) و (ر) هو نسبة (ا) الى (ه) فضرب نسبة (ا) الى (ب) فى نسبة (ب) الى (د) وضرب الواحد فى كل شيئى هو هذا الشيئى بعينه لا يزيد و لا ينقص فيكون ضرب نسبة (ا) الى (ب) فى نسبة (ب) الى (د) هو نسبة (ا) الى (د) ذلك ما اردنا ان نبين و كذلك اذا كانت اربعة مقادير متجانسه كيف ماكانت فان نسبة الاول الى الرابع مؤلفة من نسبة الاول الى الثانى و من نسبة الثانى الى الثالث و من نسبة الثالث الى الرابع مثالة : مقادير (ا ب د ج) الاربعه متجانسه و (ا ب د) ثلثه مقادير متجانسه فنسبة (ا) الى (د) مؤلفه من نسبة (ا) الى (ب) و من نسبة (ب) الى (د) و (ا د ج) ثلثه مقادير فان نسبة (ا) الى (ج) مولفه من نسبة (ا) الى (د) و من نسبة (د) الى (ج) فيكون نسبة (ا) الى (ج) مولفه من نسبة (ا) الى (ب) و من نسبة (ب) الى (د) و من نسبة (د) الى (ج) و ذلك ما اردنا ان نبين و على هذا القياس

اذا كانت المقادير خمسه او سته الى ما لا نهاية له و اذا كانت ثلثه مقادير متناسبه كانت نسبة الاول الى الثانى كنسبة الثانى الى الثالث و نسبة الاول الى الثالث مؤلفه من نسبة الاول الى الثانى و من نسبة الثانى الى الثالث فيكون نسبة الاول الى الثالث ضعف نسبة الاول الى الثانى كما قد صادر عليه اقليدس فى صدر المقالة الخامسه و على هذا القياس اذا كانت خمسه او سته الى ما لا نهاية له

و اذ قد اتينا على جميع الغرض المقصود نحوه فى هذه الرساله فقد حان لنا ان نتم المقاله حامدين لله تعالى و اعلم انا قد اودعنا هذه الرساله و خصوصاً فى المقالتين الاخرتين معان دقيقه جداً و استوفينا الكلام فيها بحسب هذا الفرض فمن تأملها و تحققها ثم اشتغل بتفهم ما يبتنى على هذه المقدمات كان عالماً بالهندسه علماً حقيقيا بحسب الصناعه فاذا تحقق مباديها من الحكمة الاولى كان عالماً بها بحسب العقل و الله محمود على كل حال و الصلاة على خير خلقه محمد و آله الطيبين الطاهرين و حسبنا الله و نعم المعين .

و كان بخط الشيخ الامام عمر بن ابراهيم الخيامى مكتوب فى آخر هذه الرساله وقع الفراغ من تسويد هذا البياض ببلد فى دار الكتب هناك فى اواخر جمادى الاولى سنه سبعين و اربعها مائه

تمت الرساله على يدى مسعود بن محمد بن على الحلفرى فى الخامس من شعبان سنه خمسه عشر و ستمائه .

غلطنامه

صفحه	سطر	غلط	صحیح
III	۲	این یك سطر زائداست	
		ومقصود همان کون و تکلیف است	
۱	۳	یفترض	یفرض
۳	۳	لاتتبرهی	لاتبرهن
»	۵	حالتی شکوله	حالی شکو که
»	۱۵	مبتهجاتبه	مبتهجا به
۷	۹	والعمری	ولعمری
»	۱۹	ذالك	ذلك
۱۲	۹	حق الخیر	حق الخبر
»	»	نیطبق	ینطبق
۱۳	۳	ان ثبت	ان ثبت
»	۱۸	عنا	ومعناه المشقه
»	۶	الغفل	غفل
»	۷	لعروب	لعزوب
»	۹	لایتعلقال	یتعلقان
»	۱۵	نضرب	بضرب
۱۵	۱	کلتی	کلتاالجدتین
۱۵	۱	راکو	واکر
»	۱٤	یجبب	یجب
»	۲۱	بما	ربما
۱٦	۱	رهنا	وهنا
۲۰	٤	ضوعف	ضوعف
»	»	یرید	یزید
»	۱۰	ابیه	ابیبیة
۲۱	۳	تعدد	تعد
۲۱	۸	شبعتین	سبعتین
۲۲	٤	لایعرفه	لایعرف
۲۳	۳	اکانت اذاربعه	اذاکانت اربعه
»	۱۰	باحرها	باخرها
۲٤	۱٦	تاسرها	یاسرها
۳۷	۱	صغرها	صغیرها
٤۰	۱۳	استغبا	استغناؤه

الاسرب الخالص الذي في الجرم الممتزج مضروبا في نسبة الخمسة عشر الى العشرة
فنضرب واحدا في عشرة ونقسمه على خمسة فيخرج اثنان وكان نسبة الخمسة عشر
الى العشرة مثل ونصف مثل فنضرب الاثنين في واحد ونصف فيخرج ثلاثة
فعلمنا ان في الجرم الممتزج من الاسرب الخالص ثلاثة ومن النحاس الخالص تسعة
وذلك بين لانه اذا كان وزن الاسرب الخالص خمسة عشر ووزن النحاس الخالص
الذي يساويه في العظم عشرة فان ثلاثة من الاسرب الخالص يكون كاثنين من
النحاس الخالص واذا نقص من اثني عشر الذي هو وزن الجرم الممتزج وزن
الاسرب الذي هو فيه وهو ثلاثة بقي تسعة وهو وزن النحاس الذي في الجرم
الممتزج واذا نقص من وزن النحاس الخالص الذي يساوي الجرم الممتزج في
العظم وهو احد عشر اثنان بقي ايضا تسعة وذلك ما اردنا ان نبين م

للحكيم الفاضل ابي الفتح عمر بن ابراهيم الخيامي في الاحتيال لمعرفة مقداري الذهب
والفضة في جسم مركب منهما

اذا اردت ان تعرف مقدار كل واحد من الذهب والفضة في جسم مركب منهما
فخذ مقدارا من الذهب الخالص وتعرف وزنه في الهواء ثم خذ كفتين متساويتين
متشابهتين من ميزان وعمود متشابه الاجزاء اسطواني الشكل وضع ا
الذهب في احدى الكفتين في الماء وفي الاخرى ما يثقلها وتجعل العمود
موازيا للافق واعرف مقداره ثم اعرف نسبة الوزن الهوائي للذهب
الى وزنه المائي وكذلك خذ فضة خالصة واعرف نسبة وزنها الهوائي
الى وزنها المائي فان كانت النسبة مثل نسبة وزن الذهب الهوائي
الى وزنها المائي فان المركب من الذهب الخالص لا شي فيه من الفضة وان
كانت النسبة مثل نسبة الفضة فان المركب هو من الفضة لا شي فيه من الذهب
وان كانت النسبة فيما بينهما فحينئذ يكون الجرم مركب منهما ووجدنا ان

عکس رسالهٔ از خیام از روی

ان نعرف مقدار كل واحد منهما بالوزن الهوائي ونفرض مقدار الذهب
اه فيكون اه وزن الذهب الهوائي ووزنه المائي ح ز فيكون ه ب
وزن الفضة الهوائي و د ك وزنه المائي ومعلوم ان نسبة اه الى ح ز
اصغر من نسبة اب الى ح ك لان الذهب في الماء اثقل من المركب منه ومن
الفضة على ما يتكفل ببرهان صاحب العلم الطبيعي ونسبة ه ب الى د ك اعظم
من نسبة اب الى ح ك لان الفضة في الماء اخف من المركب منه ومن الذهب ونجعل
نسبة ه ح الى د ك كنسبة اه الى ح ز فبالاضطرار يكون ه ح اصغر من ه ب
ونسبة اه الى ح ز كنسبة ه ح الى د ك فيكون نسبة جميع اح الى جميع ح ك
كنسبة اه الى ح ز كما بين في خامسة الاسطقسات صولب ونسبة اه الى ح ز
معلومة فيكون نسبة اح الى ح ك معلومة و ح ك معلوم فيكون اح معلوما و ه ح
الباقي معلوما ونسبة ه ح الى د ك معلومة وكذلك نسبة ه ب الى د ك معلومة
فيكون نسبة ه ب الى ه ح معلومة وكذلك الى ح ب و ه ب معلوم فيكون ح ب
معلوما وهو مقدار الفضة وهذه اشيا تبرهنت في المعطيات ونضع لهذا
مثالا ليكون اسهل فليكن نسبة وزن الفضة الهوائي الى وزنها المائي كنسبة
عشرة الى عشرة ونصف ونسبة وزن الذهب الهوائي الى وزنه المائي كنسبة
عشرة الى احد عشر واخذنا مقدارا مركبا منهما ووزناه في الهواء فوجدناه
عشرة وثلثة ارباع ووزناه في الماء فوجدناه عشرة ونسبة عشرة الى عشرة وثلثة
ارباع اعظم من نسبة عشرة الى احد عشر واصغر من نسبة عشرة الى عشرة ونصف
فعلمنا انه بالحقيقة مركب منهما فنفرض مقدار اب
من المثال المتقدم عشرة ومقدار د ك عشرة وثلثة ارباع و اه مقدار الذهب
بالفرض ولا نعلم عدده و ح ز مقدار وزنه المائي وقد قلنا ان نسبة اح
الى ح د كنسبة اه الى ح ز

نسخهٔ خطی کتابخانه «گوتا»

ب	ح	ه	ا
ك		د	ح

از دکتر ارانی :

۱ - سلسلهٔ اصول علوم دقیقه

کتاب I. - **فیزیك** . شامل ۱۲ جزء : ۱ - قوه ؛ ۲ - حرارت ؛ ۲ - خواص هندسی نور ؛ ٤ - مقناطیس و الکتریسیته ؛ ٥ - مکانیك ؛ ٦ - ترمو دینامیك ؛ ۷ - موج و صوت ؛ ۸ - خواص فیزیکی نور ؛ ۹ - خواص تناوبی درالکتریسیته ؛ ۱۰ - فیزیك جدید ؛ ۱۱ - عملیات و محاسبات در فیزیك ؛ ۱۲ - جداول مهم صنعتی و فیزیکی ؛

کتاب II **شیمی** : شامل ۱۲ جزء : ۱ - قوانین و عملیات شیمی ؛ ۲ - شبه فلزات ؛ ۳ - فلزات ؛ ۴ - شیمی آلی ؛ ٥ - متمم شبه فلزات ؛ ٦ - متمم فلزات ؛ ۷ - متمم شیمی آلی ؛ ۸ - فیزیکوشیمی ۹ - تجزیه شیمیائی ۱۰ - لابراتوار و محاسبات ۱۱ - تکنولوژی شیمی ۱۲ - جداول شیمی

کتاب III. - **بیولوژی** : ۱ - نباتات ؛ ۲ - حیوانات .

کتاب IV. - **پسیکولوژی** :

۱ - پسیکولوژی عمومی ۲ - ؛ پسیکولوژی خصوصی (بشر فلسفی ، اجتماعی و اقتصادی)

کتاب V. - **اصول مادی دیالك تیك** : ۱ - اصول فلسفه مادی ۲ - دیالك تیك ؛

کتب سلسله توسط متخصصین تالیف میشود

۲ - رسالات مختلفی

که ناشر کتاب در آنها شرکت کرده یا از خود ناشر است

تئوریهای علم - کاتالیزورها و جوهر هیپو فسفروز - رباعیات خیام - تألیفات ناصر خسرو - بدایع سعدی - رسالهٔ حاضر - مجله دنیا (که در مسائل علمی ، صنعتی فلسفی ، اجتماعی و هنری از نظر مادی بحث میکنند.)

۳ - کتب تخصصی

که یادداشت و تالیف میشود:

دینامیك اتم و امواج ؛ لابراتوار وصنعت فیزیکوشیمی ؛ دینامیك دردینامیك ؛ دیالك تیك عمومی تدوین ناشر سلسله که منظرهٔ تمام علوم را تحت اشعهٔ دیالك تیك نشان میدهد. ؛ شطرنج دنیا ؛ سی سال ایران ؛ شعله تاریخی آهنگر ؛ پشت آن دیوار بلند ك . ؛ تاریخچهٔ افکار و متفکرین ؛ از لای اوراق باطله.

Discussion of Difficulties of Euclid

by

Omar Khayyam

Edited with an Introduction

by

Dr. T. Erani

Former lecturer in Oriental Rhetoric and Logic at the University of Berlin.

Teheran 1/2/1936

Imp. Sirousse